78/12

SCHLUSSBERICHT

Forschungsvorhaben

LASTVERTEILUNGSBREITE BEI DACHSCHALUNGEN AUS EINZELBRETTERN

durchgeführt im Auftrag des Institutes für Bautechnik
(Az.: IV / 1-5-171/77).

Forschende Stelle: Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung e.V.

Versuchsdurchführung: Institut für Fenstertechnik e.V. Rosenheim

Bearbeitung: Prof. Dr.-Ing. Karl Möhler
Dr. Ing. Alois Mucha
Ing. grad. Rolf Pahlen

Mai 1979

Inhalt Seite

1. Zweck des Forschungsvorhabens 1
2. Theoretische Untersuchungen 3
2.1. Einfluß der Lastverteilungslänge 3
2.2. Zulässige Spannweiten 4
2.3. Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit 7
2.4. Anzahl und Verteilung der Verbindungsmittel 8
2.5. Berechnung nach der Theorie der elastischen Platte 13
2.5.1. Isotrope Platte 13
2.5.2. Orthotrope Platte 17
2.6. Durchbiegung miteinander verbundener Bretter aus dem Versuch 21
2.7. Einfluß der Torsion 22
2.7.1. Kopplungskräfte 22
2.7.2. Durchbiegungen 28
2.7.3. Einfluß verschiedener Elastizitäts- und Drillmoduln der verbundenen Bretter 31
2.7.4. Einfluß verschiedener Brettbreiten der verbundenen Bretter 32
2.8. Vergleich der Theorien zur Bestimmung des Verteilungsfaktors 33
2.9. Bruchbereich 33
3. Versuchseinrichtung 34
3.1. Prüfeinrichtung 34
3.2. Meßtechnik 34
4. Prüfkörper 37
4.1. Bretter 37
4.1.1. Optische Sortierung 37
4.1.2. Rohdichte 37
4.1.3. Holzfeuchtigkeit 38
4.1.4. Druckfestigkeit 38
4.1.5. Biegesteifigkeit 38
4.2. Verbindungsmittel 40
4.2.1. Steckverbinder 40
4.2.2. Runder Verbandstift nach DIN 1156 40
4.2.3. Nut und Feder 40
4.2.4. Verleimung 41
4.2.5. Blechband-Verbinder 41
4.2.6. Klammer-Verbindung 41
4.2.7. Wellennagel 41
4.2.8. Krallix-Holzverbinder 42
4.2.9. Lamello-Holzverbinder 42

5. Versuchsaufbau, Art der Versuche 43
5.1. Vorbereitende Arbeiten 43
5.2. Bestimmung der Durchbiegung f_0 bei Einzelbrettern 43
5.3. Zusammenbau der Platten 43
5.4. Prüfung der Verteilungsbreite im elastischen Bereich 43
5.5. Bruchprüfung 50
6. Versuchsergebnisse 51
6.1. Elastischer Bereich 51
6.1.1. Versuchsprotokolle 51
6.1.2. Statistische Auswertung der Versuchsergebnisse 64
6.1.3. Vergleich mit der Theorie der orthotropen Platte 70
6.1.4. Vergleich mit der Theorie punktweise gekoppelter Balken 72
6.1.5. Abhängigkeit von der Brettdicke 72
6.1.6. Auswirkung verschiedener Biegesteifigkeiten der verbundenen Bretter 74
6.1.7. Einfluß der Brettbreite 76
6.1.8. Einfluß der Holzfeuchtigkeit (Verlegefeuchte) 77
6.2. Verhalten im Bruchbereich 79
6.2.1. Bruchlasten und rechnerische Biegebruchspannungen 79
6.2.2. Last-Zeit-Diagramme bei Bruchversuchen 81
7. Lichtbilder 92
8. Zusammenfassung und Bemessungsvorschlag 99
9. Schrifttum 102
10. Kurzfassung 103

1. Zweck des Forschungsvorhabens

Die Lastannahmen für Dachschalungen sind in DIN 1055 vorgeschrieben. Von besonderer Bedeutung ist DIN 1055 Blatt 3 (Fassung Juni 1971), wonach in der Mitte der Spannweite eine Einzellast von 1 kN anzunehmen ist. In dieser neuesten Fassung des Normblattes wird ebenso wie in der früheren Fassung (Februar 1951) Dachschalungen aus Einzelbrettern keine Verteilungsbreite zugestanden, obwohl Egner/Marten schon 1953 einen Bemessungsvorschlag für Dachschalungen aus Brettern mit Querverbindungen erarbeitet hatten. Ungeachtet irgendwelcher Querverbindungen muß also bisher die Einzellast allein vom belasteten Brett aufgenommen werden.

Die zulässigen Spannungen für Dachschalungen aus Brettern sind in DIN 1052 vorgeschrieben. Da die Einzellast gemäß DIN 1055 zu den Verkehrslasten und daher nach DIN 1052 Blatt 1, 4.1.1. zu den Hauptlasten zählt, ist eine Spannungserhöhung (DIN 1052 Blatt 1, 9.1.12.) nicht zulässig. Die zulässige Durchbiegung von Schalungsbrettern ist in DIN 1052 nicht angesprochen; in Anlehnung an Punkt 10.6. dieser Norm könnte sie mit 1/200 der Spannweite verlangt werden.

Unter den genannten Gesichtspunkten ergeben sich völlig unwirtschaftliche Pfettenabstände bzw. Brettdicken. Die unzureichende Behandlung von Dachschalungen aus Einzelbrettern in den Normen ermöglicht es z. B. der Fachschrift des Dachdeckerhandwerks "Richtlinien für die Ausführung von Flachdächern" (Ausgabe Januar 1973) die Forderung aufzustellen: "Holzschalung als Deckunterlage muß mindestens 24 mm dick ... sein" (Punkt 4.3. der erwähnten Richtlinien).

Mit den "Vorläufigen Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Dachschalungen aus Holzspanplatten oder Bau-Furnierplatten" (Fassung Mai 1967) wurden für ein Teilgebiet des Holzbaues wettbewerbsfähige Bedingungen geschaffen.

Vor einigen Jahren wurde von Oberingenieur Wienecke ein Vorschlag für zulässige Stützweiten und Brettdicken von Dachschalungen erarbeitet. Dieser diente 1977 dem Normenausschuß Bauwesen als Diskussionsgrundlage für ein damals vorgesehenes Blatt 4 der DIN 1052: "Zulässige Stützweiten von Dachlatten und Dachschalungen aus Holz und Holzwerkstoffen". - Im August 1977 unterbreitete die Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der DGfH dem Institut für Bautechnik den Vorschlag für dieses Forschungsvorhaben; dabei war besonders an eine Ergänzung der Arbeit von Prof. Möhler aus dem Jahre 1962 gedacht.

Schließlich kamen die NABau-Arbeitsausschüsse "Holzbauwerke" und "Leichtdächer" unter den Obmännern Prof. Möhler und Dipl.-Ing. Irm-

schler bei ihren Sitzungen am 9. und 10.10.1978 in Stuttgart zu folgender Übereinkunft: Unter dem Aspekt, eine möglichst geringe Anzahl von übersichtlichen und praktikablen Normen zu haben, sollen alle für Dachschalungen erforderlichen Angaben, einschließlich derer in der "Dachschalungs-Richtlinie" in die künftige DIN 1052 Teil 1 aufgenommen werden.

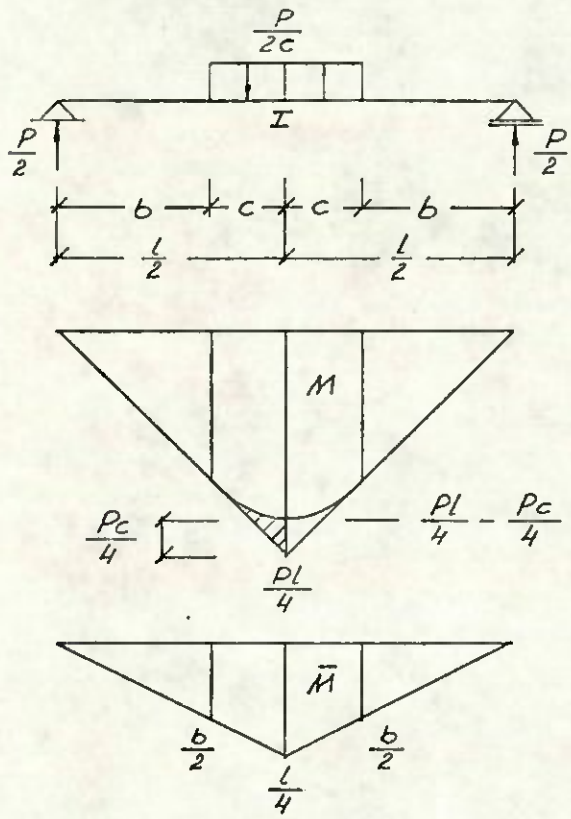
Der Forschungsauftrag lautet auf die Erstellung eines Bemessungsvorschlages durch Auswertung früherer Arbeiten und der eigenen Versuche mit besonderer Berücksichtigung des Bruchbereiches. Darüber hinaus stellen sich die Autoren das Ziel einer umfassenden Darstellung aller Erkenntnisse zum gegebenen Thema. Es wird der Versuch unternommen, bisher nur experimentell festgestellte Gesetzmäßigkeiten in Einklang mit der baustatischen Theorie zu bringen bzw. durch diese zu bestätigen.

2. Theoretische Untersuchungen

2.1. Einfluß der Lastverteilungslänge

Nach DIN 1055 Blatt 3 (Ausgabe Juni 1971) Punkt 6.2.1. bzw. 6.2.2. ist in der Mitte der einzelnen Tragglieder eine Einzellast von 100 kp (1 kN) anzunehmen. - Die spätere Auswertung des Schrifttums über Platten setzt die Annahme einer punktförmig wirkenden Einzellast voraus.

Im Versuch wird die Belastung nicht punktförmig sondern flächenförmig über einen Stempel von 12 x 12 cm^2 Grundrißfläche aufgebracht. Eine Vergleichsrechnung nach der Balkentheorie zeigt, daß der Unterschied zwischen Einzellast und Streckenlast vernachlässigbar klein ist.



$$M_I = \frac{Pl}{4} - \frac{P}{2c}\frac{c^2}{2} = \frac{Pl}{4}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$$

$$EJ\, f_I = \frac{l}{3}\frac{Pl}{4}\frac{l}{4} - \frac{c}{6}\frac{Pc}{4}\left(\frac{b}{2} + \frac{3l}{4}\right) =$$

$$= \frac{Pl^3}{48} - \frac{Pc^2}{24}\left(\frac{l}{4} - \frac{c}{2} + \frac{3l}{4}\right) =$$

$$= \frac{Pl^3}{48} - \frac{Pc^2}{24}\left(l - \frac{c}{2}\right) =$$

$$= \frac{Pl^3}{48}\left(1 - \frac{2c^2}{l^2} + \frac{c^3}{l^3}\right)$$

$c = 6$ cm

l	M_I	$EJ\, f_I$
70 cm	$\frac{Pl}{4}(1-0{,}086)$	$\frac{Pl^3}{48}(1-0{,}0141)$
90	$\frac{Pl}{4}(1-0{,}067)$	$\frac{Pl^3}{48}(1-0{,}0086)$
120	$\frac{Pl}{4}(1-0{,}050)$	$\frac{Pl^3}{48}(1-0{,}0049)$

2.2. Zulässige Spannweiten

Die Einzellast von 100 kp (1 kN) zählt nach DIN 1055 Blatt 3 zu den Verkehrslasten und gilt daher nach DIN 1052 Blatt 1 Punkt 4.1.1. als Hauptlast. Es sind daher die zulässigen Spannungen gemäß DIN 1052 Blatt 1 Tabelle 6 ohne Erhöhung anzuwenden. Für Güteklasse II ist zul σ_b = 100 kp/cm^2 = 1 kN/cm^2.

Die zulässige Durchbiegung von Schalungsbrettern ist in DIN 1052 nicht ausdrücklich erwähnt. Nach den "Vorläufigen Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Dachschalungen aus Holzspanplatten oder Bau-Furnierplatten" Fassung Mai 1967, Punkt 3.4 beträgt die zulässige Durchbiegung unter Eigengewicht und Einzellast von P = 100 kp (= 1 kN) 1/100 der Stützweite. Diese Vorschrift kann auf Schalungen aus Einzelbrettern übertragen werden.

Der Rechenwert für das Gewicht einer 3-lagigen Dachabdichtung beträgt nach DIN 1055 Teil 1 (Juli 1978) Punkt 7.11.4. 0,17 kN/m^2. Das Eigengewicht der Schalungsbretter liegt zwischen 0,11 kN/m^2 (d = 18 mm) und 0,14 kN/m^2 (d = 24 mm). Als Rechenwert für die ständige Last wird g = 0,17 + 0,13 = 0,30 kN/m^2 = $0{,}3 \cdot 10^{-4}$ kN/cm^2 angesetzt.

Mit den Symbolen

b = 14 cm	... Brettbreite
$b_m = c \cdot b$	... mittragende Breite
c	... Verteilungsfaktor
d	... Brettdicke
$W = \frac{c \cdot b \cdot d^2}{6}$	... Widerstandsmoment
l	... Spannweite

erhält man bei Ausnützung der zulässigen Biegespannung eine quadratische Gleichung für l mit den Parametern c und d:

$$\max M = \frac{cbgl^2}{8} + \frac{Pl}{4}, \quad \max M = zul\,\sigma_B \cdot W = zul\,\sigma_b \frac{cbd^2}{6}$$

$$\frac{cbgl^2}{8} + \frac{Pl}{4} - zul\,\sigma_B \frac{cbd^2}{6} = 0$$

$$l^2 + \frac{2P}{cbg} l - zul\,\sigma_b \frac{4d^2}{3g} = 0$$

$$l = -\frac{P}{cbg} + \sqrt{\left(\frac{P}{cbg}\right)^2 + zul\,\sigma_B \frac{4d^2}{3g}}$$

$$= -\frac{1}{c \cdot 14 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-4}} + \sqrt{\left(\frac{1}{c \cdot 14 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-4}}\right)^2 + 1\,\frac{4d^2}{3 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-4}}}$$

$$l = -\frac{2381}{c} + \sqrt{\left(\frac{2381}{c}\right)^2 + 44444\, d^2}$$

Diese Gleichung ist in der folgenden Tabelle ausgewertet.

	c = 1	2	3	4
d = 2,4 cm	l = 53 cm	103	148	186
2,2	45	87	126	159
2,0	37	72	105	134
1,8	30	59	86	111

Mit den weiteren Symbolen

$J = \frac{c \cdot b \cdot d^3}{12}$ ... Trägheitsmoment

$E = 100000\ kp/cm^2 = 1000\ kN/cm^2$ ... Elastizitätsmodul

erhält man bei Ausnützung der zulässigen Durchbiegung eine kubische Gleichung für l mit den Parametern c und d.

$$\frac{5\,c\,b\,g\,l^4}{384\,EJ} + \frac{P l^3}{48\,EJ} - \frac{l}{700} = 0$$

$$l^3 + \frac{8P}{5\,c\,b\,g}\,l^2 - \frac{384\,EJ}{500\,c\,b\,g} = 0$$

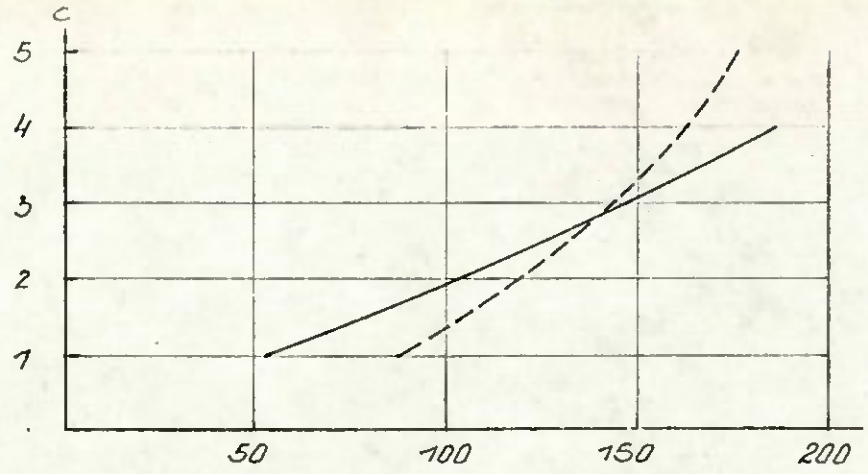
$$l^3 + \frac{8 \cdot 1}{5\,c\,14 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-4}}\,l^2 - \frac{384 \cdot 10^3 \cdot d^3}{500 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot 12} = 0$$

$$l^3 + \frac{3810}{c}\,l^2 - 2\,133\,333\,d^3 = 0$$

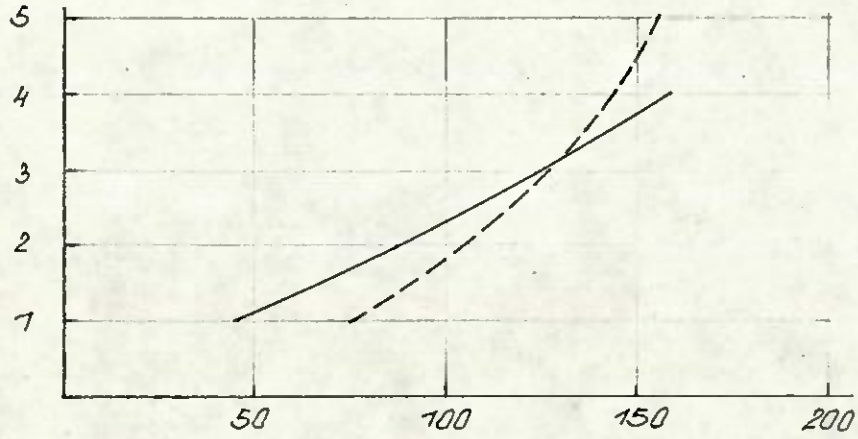
Diese Gleichung wurde durch Probieren ausgewertet; das Ergebnis ist in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

	c = 1	2	3	4	5
d = 2,4 cm	l = 87 cm	120	144	163	177
2,2	76	106	127	144	156
2,0	67	92	111	126	137
1,8	57	79	95	108	119

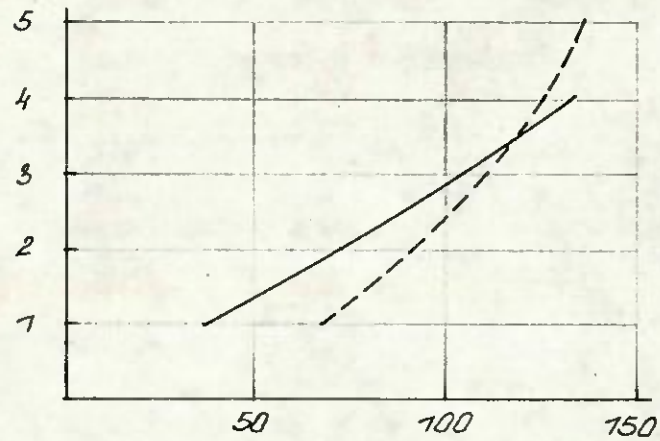
Die Schaubilder auf der folgenden Seite zeigen die zulässigen Spannweiten bei Ausnützung der zulässigen Biegespannung bzw. der zulässigen Durchbiegung.



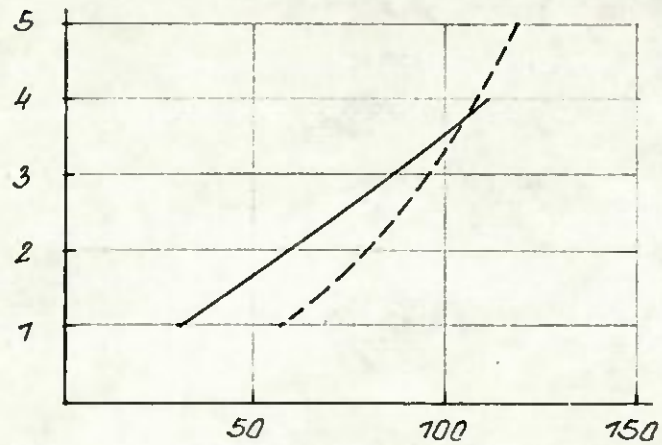
Brettdicke
d = 2,4 cm



d = 2,2 cm



d = 2,0 cm



d = 1,8 cm

——— zulässige Biegespannung ausgenützt

– – – " Durchbiegung "

2.3. Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit

Nach DIN 4071 Blatt 1 Punkt 2 gelten die Maße von Dimensionsware bei 30 % oder mehr Feuchtigkeitsgehalt. Gemäß DIN 4074 Blatt 1 Tabelle 2 darf das Holz beim Einbau halbtrocken sein, also einen Feuchtigkeitsgehalt von 30 % haben. Die Querschnittsmaße können sich daher durch Schwinden beträchtlich ändern. - Wie werden dadurch die Sicherheit gegen Biegebruch und die Biegesteifigkeit beeinflußt?

Änderungen der Brettmaße (Schwinden von Feuchtigkeit 1 auf Feuchtigkeit 2):

$$b_2 = b_1 [\, 1 - \alpha_t \, (u_1 - u_2) \,] \,, \quad d_2 = d_1 [\, 1 - \alpha_r \, (u_1 - u_2) \,].$$

Änderung der Biegebruchspannung:

$$\sigma_{B2} = \sigma_{B1} [\, 1 - 0{,}04 \, (u_2 - u_1) \,].$$

Änderung des Elastizitätsmoduls:

$$E_2 = E_1 [\, 1 - 0{,}02 \, (u_2 - u_1) \,].$$

Bei einer Abnahme der Holzfeuchtigkeit um 1 % (also $u_1 - u_2 = 1$) erhält man:

$$b_2 = b_1 [\, 1 - \alpha_t \,] = b_1 [\, 1 - 0{,}0024 \,] = 0{,}9976 \; b_1$$
$$d_2 = d_1 [\, 1 - \alpha_r \,] = d_1 [\, 1 - 0{,}0012 \,] = 0{,}9988 \; d_1$$

$$\sigma_{B2} = \sigma_{B1} [\, 1 + 0{,}04 \,] = 1{,}04 \; \sigma_{B1}$$
$$E_2 = E_1 [\, 1 + 0{,}02 \,] = 1{,}02 \; E_1 .$$

Zwischen den Widerstands- und den Trägheitsmomenten bei den Zuständen 1 und 2 bestehen folgende Zusammenhänge:

$$W_1 = \frac{b_1 \, d_1^2}{6} \,, \quad W_2 = \frac{b_2 \, d_2^2}{6} = 0{,}9976 \cdot 0{,}9988^2 \, \frac{b_1 \, d_1^2}{6} = 0{,}9952 \; W_1$$

$$J_1 = \frac{b_1 \, d_1^3}{12} \,, \quad J_2 = \frac{b_2 \, d_2^3}{12} = 0{,}9976 \cdot 0{,}9988^3 \, \frac{b_1 \, d_1^3}{12} = 0{,}9940 \; J_1 .$$

Damit erhält man Biegefestigkeit und Biegesteifigkeit im Zustand 2:

$$W_2 \, \sigma_{B2} = 0{,}9952 \; W_1 \cdot 1{,}04 \, \sigma_{B1} = 1{,}035 \; W_1 \, \sigma_{B1}$$

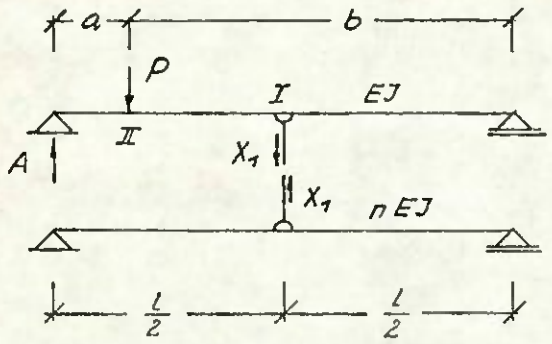
$$E_2 \, J_2 = 1{,}02 \; E_1 \cdot 0{,}9940 \; J_1 = 1{,}014 \; E_1 \, J_1 \,.$$

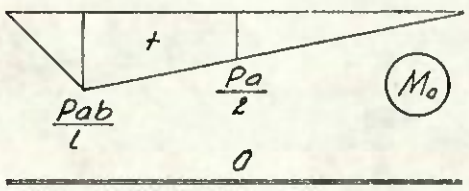
Eine Abnahme der Holzfeuchtigkeit wirkt sich daher trotz der damit verbundenen Querschnittsverkleinerung günstig aus, da die Materialkennwerte σ_B und E stärker anwachsen. - Das Verhalten der Verbindungsmittel (Schlupf) bleibt von dieser Erkenntnis unberührt.

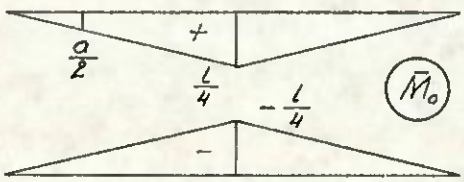
2.4. Anzahl und Verteilung der Verbindungsmittel

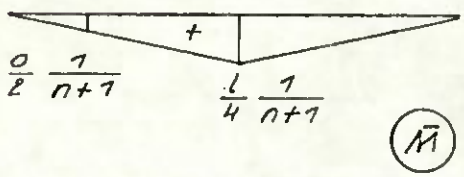
Eine Analogie aus der Balkentheorie soll darüber Aufschluß geben, ob ein Verbindungsmittel in 1/2 zur Erreichung einer größtmöglichen Verteilungsbreite genügt und welche Verteilungsbreite etwa bei zwei Verbindungsmitteln in 1/3 zu erwarten ist.

a) Ein Verbindungsmittel in 1/2, Laststellung beliebig.









$$EJ f_0 = EJ\,\delta_{1P} =$$

$$= \frac{1}{3} a \frac{Pab}{l} \frac{a}{2} + \frac{1}{3} \frac{l}{2} \frac{Pa}{2} \frac{l}{4} +$$

$$+ \frac{1}{6}\left(\frac{l}{2} - a\right)\left\{2 \frac{Pab}{l} \frac{a}{2} + \frac{Pab}{l} \frac{l}{4} + \right.$$

$$\left. + \frac{Pa}{2} \frac{a}{2} + 2 \frac{Pa}{2} \frac{l}{4}\right\}$$

$$b = l - a$$

$$EJ f_0 = \frac{Pa^3}{6} - \frac{Pa^4}{6l} + \frac{Pal^2}{48} +$$

$$+ \left(\frac{l}{12} - \frac{a}{6}\right)\left\{Pa^2 - \frac{Pa^3}{l} + \frac{Pal}{4} - \right.$$

$$\left. - \frac{Pa^2}{4} + \frac{Pa^2}{4} + \frac{Pal}{4}\right\} =$$

$$= \frac{Pa^3}{6} - \frac{Pa^4}{6l} + \frac{Pal^2}{48} + \frac{Pa^2 l}{12} -$$

$$- \frac{Pa^3}{6} - \frac{Pa^3}{12} + \frac{Pa^4}{6l} + \frac{Pal^2}{24} -$$

$$- \frac{Pa^2 l}{12} = \frac{Pa}{48}\left(3l^2 - 4a^2\right)$$

$$EJ\,\delta_{11} = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{1}{3} l \frac{l^2}{16} = \frac{l^3}{48} \frac{n+1}{n}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{Pa}{l^3}\left(3l^2 - 4a^2\right) \frac{n}{n+1}$$

Reduktionssatz: $f_v = \int \frac{M_0 \bar{M}}{EJ}\, dz$

$P = „1“,\ a = \frac{l}{2} \longrightarrow X_{11} = -\frac{n}{n+1}$

$$\bar{A} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n}{n+1}\right) = \frac{1}{2} \frac{1}{n+1}$$

$$\bar{M}_I = \frac{l}{4} \frac{1}{n+1}\ ,\quad \bar{M}_{II} = \frac{a}{2} \frac{1}{n+1}$$

$$EJ\,f_v = \int M_0 \bar{M}\,dz = \frac{1}{3}\,a\,\frac{Pab}{l}\,\frac{a}{2}\,\frac{1}{n+1} + \frac{1}{6}\left(\frac{l}{2}-a\right)\frac{1}{n+1}\left\{2\,\frac{Pab}{l}\,\frac{a}{2} + \frac{Pab}{l}\,\frac{l}{4}\right.$$

$$\left. + \frac{Pa}{2}\,\frac{a}{2} + 2\,\frac{Pa}{2}\,\frac{l}{4}\right\} + \frac{1}{3}\,\frac{l}{2}\,\frac{Pa}{2}\,\frac{l}{4}\,\frac{1}{n+1}$$

$$b = l - a$$

$$EJ\,f_v = \frac{Pa}{n+1}\left[\frac{a^2}{6} - \frac{a^3}{6l} + \left(\frac{l}{12}-\frac{a}{6}\right)\left\{a - \frac{a^2}{l} + \frac{l}{4} - \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{l}{4}\right\} + \frac{l^2}{48}\right] =$$

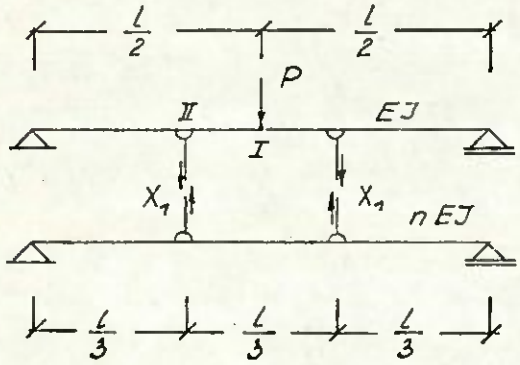
$$= \frac{Pa}{n+1}\left[\frac{a^2}{6} - \frac{a^3}{6l} + \frac{al}{12} - \frac{a^2}{6} - \frac{a^2}{12} + \frac{a^3}{6l} + \frac{l^2}{24} - \frac{al}{12} + \frac{l^2}{48}\right] =$$

$$= \frac{Pa}{n+1}\,\frac{1}{48}\left(3l^2 - 4a^2\right)$$

$c = \frac{f_0}{f_v} = n+1$ unabhängig von der Laststellung

f_v ... Durchbiegung des verbundenen Balkens
f_0 ... " " unverbundenen Balkens
c ... Verteilungsfaktor
X_1 ... gesamte auf die Verbindungsmittel wirkende Kraft

b) Zwei Verbindungsmittel in 1/3, Laststellung in 1/2

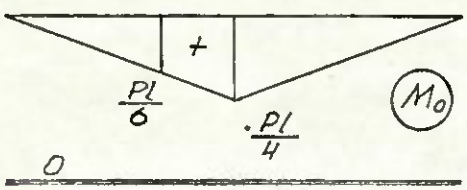


$$EJ\,f_0 = \frac{Pl^3}{48}$$

$$EJ\,\delta_{1P} = 2\,\frac{1}{3}\,\frac{l}{3}\,\frac{Pl}{6}\,\frac{l}{3} +$$

$$+ 2\,\frac{1}{2}\,\frac{l}{6}\left(\frac{Pl}{6} + \frac{Pl}{4}\right)\frac{l}{3} =$$

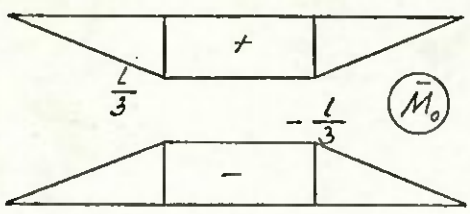
$$= Pl^3\left(\frac{1}{81} + \frac{1}{108} + \frac{1}{72}\right) = \frac{23}{648}\,Pl^3$$

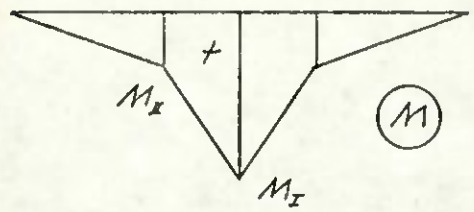


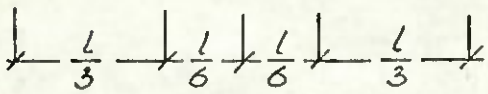
$$EJ\,\delta_{11} = \left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2\,\frac{1}{3}\,\frac{l}{3}\,\frac{l^2}{9} + \frac{1}{3}\,\frac{l^2}{9}\right) =$$

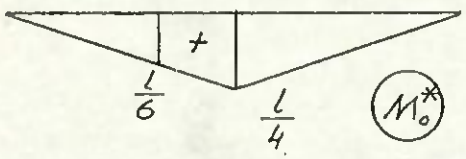
$$= \frac{5l^3}{81}\,\frac{n+1}{n}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -P\,\frac{23}{40}\,\frac{n}{n+1}$$









Biegemomente im oberen Balken im statisch unbestimmten System:

$$M_I = M_{I0} + X_1 \bar{M}_{I0} = \frac{Pl}{4} + \frac{X_1 l}{3}$$

$$M_{II} = M_{II0} + X_1 \bar{M}_{II0} = \frac{Pl}{6} + \frac{X_1 l}{3}$$

Reduktionssatz: $f_v = \int \frac{M M_o^*}{EJ} dz$

$$EJ f_v = 2 \frac{1}{3} \frac{l}{3} M_{II} \frac{l}{6} +$$

$$+ 2 \frac{1}{6} \frac{l}{6} \left\{ 2 M_{II} \frac{l}{6} + M_{II} \frac{l}{4} + M_I \frac{l}{6} + \right.$$

$$\left. + 2 M_I \frac{l}{4} \right\} =$$

$$= \frac{l^2}{27} M_{II} + \frac{l^2}{54} M_{II} + \frac{l^2}{72} M_{II} + \frac{l^2}{108} M_I + \frac{l^2}{36} M_I =$$

$$= \frac{l^2}{648} (24 M_{II} + 12 M_I + 9 M_{II} + 6 M_I + 18 M_I) =$$

$$= \frac{l^2}{648} (45 M_{II} + 24 M_I) = \frac{l^3}{648} \left(\frac{81 P}{6} + 23 X_1 \right) =$$

$$= \frac{P l^3}{648} \left(\frac{27}{2} - \frac{23^2}{40} \frac{n}{n+1} \right) = \frac{P l^3}{48} \left(1 - \frac{23^2}{40 \cdot 13{,}5} \frac{n}{n+1} \right) =$$

$$= \frac{P l^3}{48} \frac{1 + 0{,}02037\, n}{n+1}$$

$$c = \frac{f_o}{f_v} = \frac{n+1}{1 + 0{,}02037\, n}$$

Die Auswertung dieser Formel ergibt c = 1,96 für n = 1 und c = 2,88 für n = 2.

c) Ein Verbindungsmittel in 1/2, Laststellung in 1/4; n = 1 (zwei Balken von gleicher Biegesteifigkeit). Gesucht ist die gegenseitige Verschiebung der Balken am Lastangriffspunkt.

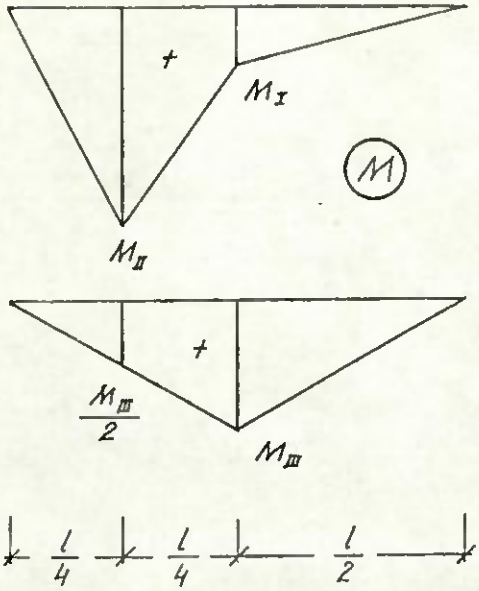
Mit $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{3}{4} l$ erhält man aus Abschnitt a) die Koppelungskraft X_1 und damit die Biegemomente im statisch unbestimmten System:

$$X_1 = -\frac{P}{4 l^2} \left(3 l^2 - \frac{l^2}{4} \right) \frac{1}{2} = -\frac{11}{32} P$$

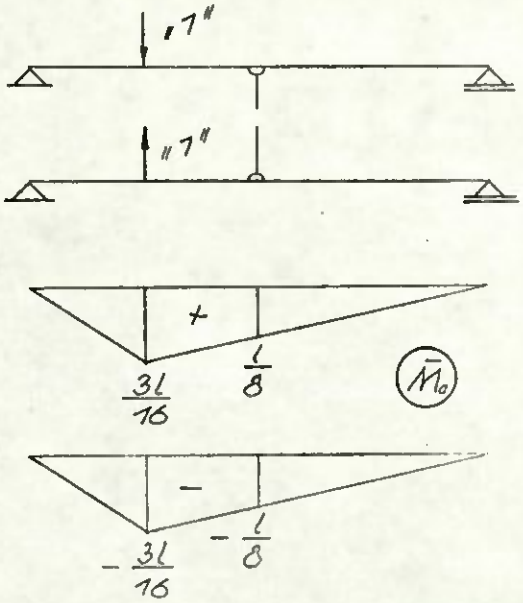
$$M_I = M_{I0} + X_1 \bar{M}_{I0} = \frac{Pl}{8} + \frac{X_1 l}{4}$$

$$M_{II} = M_{II0} + X_1 \bar{M}_{II0} = \frac{3 Pl}{16} + \frac{X_1 l}{8}$$

$$M_{III} = M_{III0} + X_1 \bar{M}_{III0} = 0 - \frac{X_1 l}{4}$$



Grundsystem für die Anwendung des Reduktionssatzes



$$\Delta f = \int \frac{M \bar{M}_0}{EJ}\, dz$$

$$EJ\,\Delta f = \frac{1}{3}\frac{l}{4} M_{II} \frac{3l}{16} + \frac{1}{6}\frac{l}{4}\left\{2M_{II}\frac{3l}{16} + M_{II}\frac{l}{8} + M_I\frac{3l}{16} + 2M_I\frac{l}{8}\right\} +$$

$$+ \frac{1}{3}\frac{l}{2} M_I \frac{l}{8} - \frac{1}{3}\frac{l}{4}\frac{M_{III}}{2}\frac{3l}{16} - \frac{1}{6}\frac{l}{4}\left\{M_{III}\frac{3l}{16} + \frac{M_{III}}{2}\frac{l}{8} + M_{III}\frac{3l}{16} +\right.$$

$$\left. + 2M_{III}\frac{l}{8}\right\} - \frac{1}{3}\frac{l}{2} M_{III}\frac{l}{8} =$$

$$= l^2 M_{II}\left(\frac{1}{64} + \frac{1}{64} + \frac{1}{192}\right) + l^2 M_I\left(\frac{1}{128} + \frac{1}{96} + \frac{1}{48}\right) -$$

$$- l^2 M_{III}\left(\frac{1}{128} + \frac{1}{128} + \frac{1}{384} + \frac{1}{128} + \frac{1}{96} + \frac{1}{48}\right) =$$

$$= l^2\left(\frac{7}{192} M_{II} + \frac{15}{384} M_I - \frac{22}{384} M_{III}\right) =$$

$$= \frac{l^3}{384}\left(\frac{21}{8} P + \frac{7}{4} X_1 + \frac{15}{8} P + \frac{15}{4} X_1 + \frac{11}{2} X_1\right) = \frac{l^3}{384}\left(\frac{9}{4} P - 11\frac{11}{32} P\right) =$$

$$= \frac{P l^3}{384}\, 0{,}71875 = 1{,}87 \cdot 10^{-3}\, P l^3$$

Beispiel: d = 2,4 cm, b = 14 cm, J = 16,13 cm^4, l = 120 cm
P = 1 kN, E = 10^3 kN/cm^2

$$\Delta f = \frac{1{,}87 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 1{,}2^3 \cdot 10^6}{10^3 \cdot 16{,}13} = 0{,}20 \text{ cm}$$

Δ f ...gegenseitige Verschiebung der Bretter am Lastangriffspunkt

d) Diskussion der Ergebnisse

Der Vergleich der Ergebnisse von a) und b) zeigt, daß ein Verbindungsmittel in 1/2 eine größere Verteilungsbreite ergibt als zwei Verbindungsmittel in 1/3 . Das theoretische Verhältnis beträgt bei einer 3-bretterigen Tafel 3 : 2,88 = 1,04. Damit ist die Erkenntnis aus früheren Versuchen bestätigt. Möhler (1962) gibt das Verhältnis mit 1,09 an (6-bretterige Tafel, Doppelnägel). Schrof (1977) erhält 1,03 (3-bretterige Tafel, Steckverbinder). - Da bei einer 3-bretterigen Tafel aus Brettern mit gleichem Biegewiderstand EJ der Verteilungsfaktor c nicht größer als 3 werden kann, ergibt sich der Schluß, daß sich durch Vermehrung der Verbindungsmittel (etwa 2 zusätzliche in 1/4) keine Verbesserung erzielen läßt (siehe auch Möhler 1962).

"Wirken Einzellasten zwischen bzw. neben den Kopplungsstellen, d. h. zwischen bzw. neben den Dübeln, so treten ungleiche Einsenkungen benachbarter Brettkanten und daher nachteilige Beanspruchungen der aufgenagelten Dachpappe auf; Verbesserung ist durch Vergrößerung der Dübelzahl möglich" (Egner/Marten 1953). - In einem extrem gewählten Beispiel (siehe Punkt c) beträgt die rechnerische Durchbiegungsdifferenz 2 mm. Bei Dachdeckungen, welche gegenüber solchen Unterschieden empfindlich sind, könnte aus diesem konstruktiven Grund durch Anordnung zusätzlicher Verbindungsmittel Abhilfe geschaffen werden.

Die theoretischen Untersuchungen gestatten auch eine Aussage über den Verteilungsfaktor c, wenn Bretter verschiedener Biegesteifigkeit verbunden werden. Beispiel: 3-bretterige Tafel.

A) Belastetes (stärkeres) Brett EJ, seitliche (schwächere) Bretter 1,8 EJ (n = 1,8) : c = n + 1 = 2,8.

B) Alle 3 Bretter gleiches EJ (n = 2) : c = 3.

C) Belastetes (schwächeres) Brett EJ, seitliche (stärkere) Bretter 2,2 EJ (n = 2,2) : c = 3,2.

Eine versuchsmäßige Bestimmung des Verteilungsfaktors c setzt also eine Festigkeitssortierung der einzelnen Bretter voraus, da c auf unterschiedliche Biegesteifigkeiten der verbundenen Bretter empfindlich reagiert. - Damit ist auch erklärt, warum Versuchsergebnisse mit c größer als 3 (bei 3-bretterigen Tafeln) möglich sind.

2.5. Berechnung nach der Theorie der elastischen Platte

2.5.1. Isotrope Platte

Die Theorie der isotropen Platte liefert untere Grenzwerte für die Durchbiegungen f_v und damit obere Grenzwerte für die Verteilungsfaktoren $c = f_o : f_v$. Bei kleinem Verhältnis $b : l$ ergibt sich ein Übergang von der Platten- zur Balkentheorie.

Es wird der isotrope elastische, beiderseits frei drehbar gelagerte Plattenstreifen unter der Wirkung einer Einzellast in $\frac{l}{2}$ untersucht.

Es gelten folgende Bezeichnungen und Beziehungen:

l ... Spannweite
b ... Streifenlänge, Plattenbreite, Tafelbreite
f, w ... Durchbiegung
f_o ... Durchbiegung des Einzelbrettes (Balkentheorie)
f_v ... Durchbiegung der Platte
k, k_w ... Durchbiegungsbeiwert, abhängig vom Verhältnis $b : l$
d ... Plattendicke, Brettdicke

$$N = \frac{E\,d^3}{12} \quad \text{... Plattensteifigkeit}$$

$$w = f = \frac{P\,l^2}{k\,N} \quad \text{... Durchbiegung (Plattentheorie)}$$

Die Quellen werden in der folgenden Tabelle mit St (=Stiglat/Wippel), Ol (=Olsen/Reinitzhuber), Gi (=Girkmann) und der dortigen Seite angegeben.

a) Plattenmittelpunkt belastet

k ... Durchbiegungsbeiwert für den Plattenmittelpunkt

b : l	0,25	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,0
k	12	19	23,5	27	35	41	42,2
Quelle	Ol 104	St 108	Ol 92	St 108	St 108	St 108	Ol 81
b : l	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,0	∞
k	46	49	51	53	54	56,8	51,6
Quelle	St 108	St 108	St 108	St 108	St 108	Ol 76	Gi 186

Im Bereich $b : l \leq 0{,}4$ ergibt sich der Zusammenhang zwischen k und $b : l$ aus der Balkentheorie. Es gilt

$$f = \frac{P\,l^3}{48\,EJ}.$$

Durch Gleichsetzen dieses Wertes mit dem entsprechenden Wert aus der

Plattentheorie erhält man

$$\frac{P\,l^3}{48\,EJ} = \frac{P\,l^2}{k\,N} \quad \text{und daraus} \quad k = \frac{48\,EJ}{l\,N} .$$

Mit $J = \frac{b\,d^3}{12}$ und $N = \frac{E\,d^3}{12}$

folgt schließlich $k = 48\,\frac{b}{l}$.

Im Bereich $0{,}4 \leqq b : l \leqq 1{,}2$ (Ende des Bereiches der Versuche; 6-bretterige Tafel, $b_o = 14$, $l = 70$ cm) kann der Zusammenhang zwischen k und b : l durch eine quadratische Parabel dargestellt werden:

$$k = C_1 + C_2 \left(\frac{b}{l}\right) + C_3 \left(\frac{b}{l}\right)^2 .$$

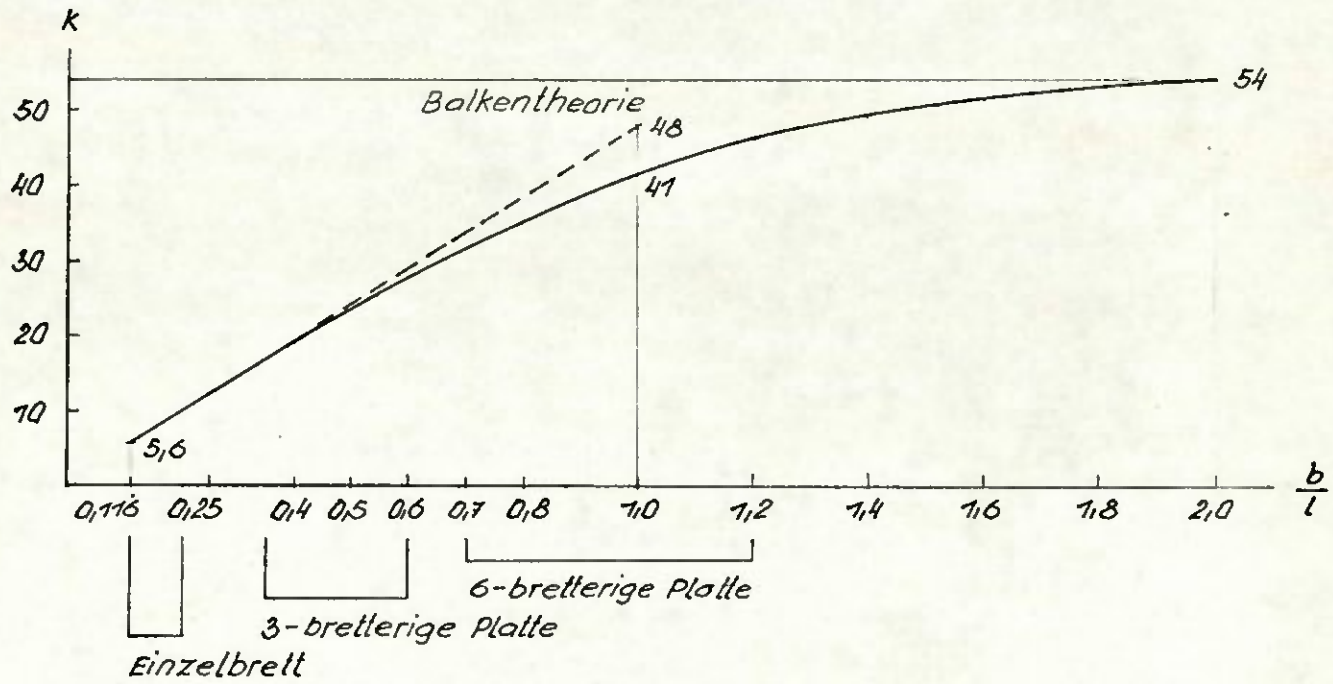
Die Konstanten erhält man aus den Bedingungen

$\left(\frac{b}{l}\right) = 0{,}4$ ... $k = 19$

$\left(\frac{b}{l}\right) = 0{,}8$ ... $k = 35$

$\left(\frac{b}{l}\right) = 1{,}2$ ... $k = 46.$

Damit folgt: $k = -2 + 58{,}75 \left(\frac{b}{l}\right) - 15{,}625 \left(\frac{b}{l}\right)^2.$



Isotroper Plattenstreifen, Einzellast P in Plattenmitte

$$f = \frac{P\,l^2}{k\,N} = \frac{12\,P\,l^2}{k\,E\,d^3}$$

Mit $k_v = -2 + 58{,}75 \left(\frac{b}{l}\right) - 15{,}625 \left(\frac{b}{l}\right)^2$

$k_o = 48 \frac{b_o}{l}$

k_v ... Durchbiegungsbeiwert der Platte (Plattentheorie)

k_o ... Durchbiegungsbeiwert des Einzelbrettes (Balkentheorie)

b_o ... Breite des Einzelbrettes

erhält man den Verteilungsfaktor $c = \frac{f_o}{f_v} = \frac{k_v}{k_o}$

$$c = \frac{1}{48} \frac{l}{b_o} \left[-2 + 58{,}75 \left(\frac{b}{l}\right) - 15{,}625 \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right].$$

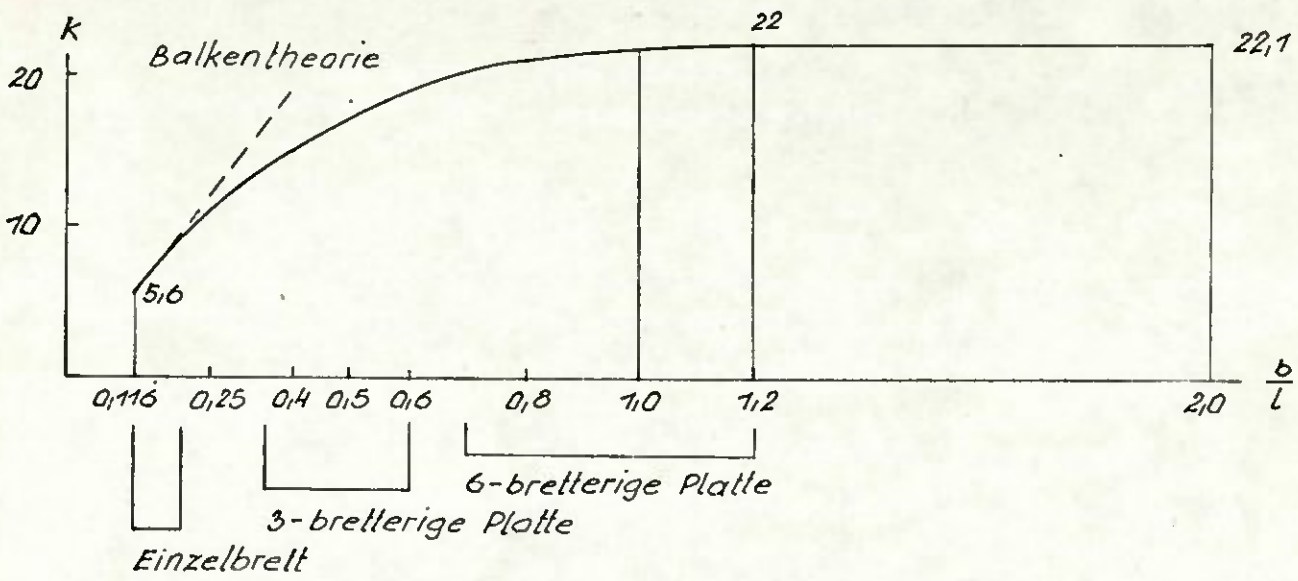
Die Formel ist in der folgenden Tabelle für $b_o = 14$ cm ausgewertet.

	l = 70 cm	90 cm	120 cm
3-bretterige Platte	c = 2,81	2,95	2,97
6-bretterige Platte	4,79	5,25	5,62

b) Plattenrand in $\frac{l}{2}$ belastet

k ... Durchbiegungsbeiwert für den belasteten Punkt

b : l	0,25	0,4	0,5	0,6	0,8
k	11,0	15	17,8	19	21
Quelle	Ol 101	St 107	Ol 91	St 107	St 107
b : l	1,0	1,0	1,2	2,0	∞
k	21	21,7	22	22,1	22,1
Quelle	St 107	Ol 80	St 107	Ol 75	Ol 63



Isotroper Plattenstreifen, Einzellast P am Plattenrand in $\frac{l}{2}$

Im Bereich der Einzelbretter ($\frac{b}{l} \leq 0{,}2$) ist die Funktion durch die Gerade nach der Balkentheorie darstellbar (siehe Punkt a):

$$k = 48 \frac{b_o}{l} = k_o \quad .$$

Im Bereich $0{,}25 \leq b : l \leq 1{,}0$ wird die Funktion durch eine quadratische Parabel dargestellt:

$$k = C_1 + C_2 \left(\frac{b}{l} \right) + C_3 \left(\frac{b}{l} \right)^2 .$$

Die Konstanten erhält man aus den Bedingungen

$$\left(\frac{b}{l} \right) = 0{,}4 \quad \ldots \quad k = 15$$

$$\left(\frac{b}{l} \right) = 0{,}6 \quad \ldots \quad k = 19$$

$$\left(\frac{b}{l} \right) = 1{,}0 \quad \ldots \quad k = 21 \; .$$

Damit folgt: $k = 1 + 45 \left(\frac{b}{l} \right) - 25 \left(\frac{b}{l} \right)^2 = k_v$.

Für den Verteilungsfaktor $c = \frac{f_o}{f_v} = \frac{k_v}{k_o}$ erhält man alsdann

$$c = \frac{1}{48} \frac{l}{b_o} \left[1 + 45 \left(\frac{b}{l} \right) - 25 \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right] .$$

Die Formel ist in der folgenden Tabelle für $b_o = 14$ cm ausgewertet. Für $b : l = 1{,}2$ wurde $k = 22$ eingesetzt.

	l = 70 cm	90 cm	120 cm
3-bretterige Platte	c = 1,98	2,22	2,44
6-bretterige Platte	2,29	2,84	3,62

c) Diskussion der Ergebnisse

Lösung b ist eine Näherung, da nicht der Plattenrand sondern die Mitte des Randbrettes belastet ist. Der Fehler liegt auf der sicheren Seite.

Es wurde nachgewiesen, daß der Verteilungsfaktor c mit zunehmender Spannweite wächst. Damit sind die Versuchsergebnisse von Egner/Marten (1953), Möhler (1962) und Schrof (1977) qualitativ bestätigt.

Die Diagramme $k = k \left(\frac{b}{l} \right)$ lassen erkennen, daß eine Vergrößerung der Plattenbreite auf mehr als 6 Bretter nur noch eine unbedeutende Verkleinerung der Durchbiegung ergibt.

Die hier gefundenen Werte des Verteilungsfaktors c können bei gleichem Biegewiderstand der verbundenen Bretter auf keinen Fall überschritten werden. - Eine Verfeinerung der Ergebnisse läßt die Anwendung der Theorie der orthotropen Platte erwarten.

2.5.2. Orthotrope Platte

Nach Girkmann (siehe dort S. 313) erhält man die Lösung für die Biegefläche einer orthotropen Platte unmittelbar aus der entsprechenden Lösung für die gleichartige isotrope Platte durch folgende Transformation:

$N = N_x$ wird ersetzt durch N_y

l " " " λl

wobei $\lambda = \sqrt[4]{\frac{N_y}{N_x}}$

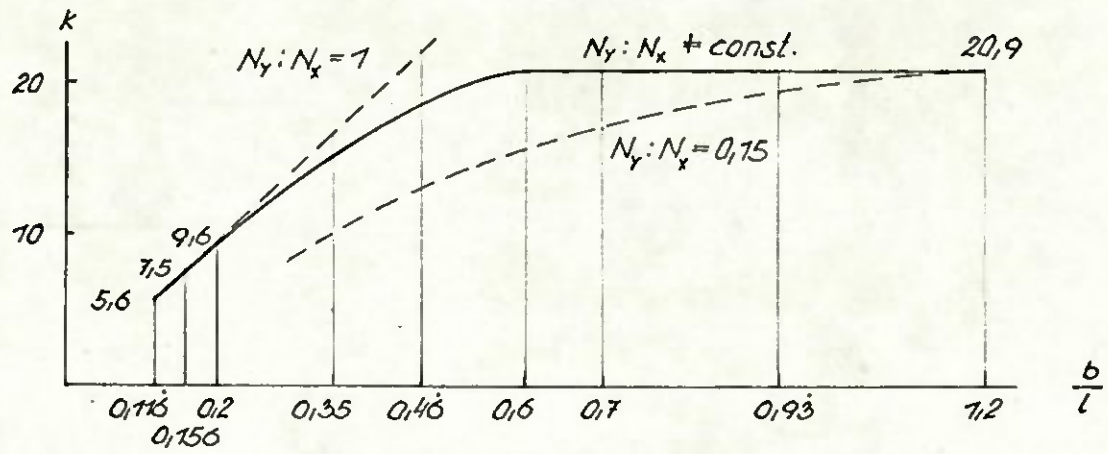
Damit wird aus dem Ausdruck für die Durchbiegung der isotropen Platte $f = \frac{P\,l^2}{k\,N}$ der Ausdruck für die Durchbiegung der orthotropen Platte: $f = \frac{P\,\lambda^2\,l^2}{k\,N_y} = \frac{P\,l^2}{k\,N_y}\sqrt{\frac{N_y}{N_x}} = \frac{P\,l^2}{k\,N_x}\sqrt{\frac{N_x}{N_y}} = \frac{P\,l^2}{N_x}\,\frac{1}{k\lambda^2}$

worin nun $k = k\left(\frac{b}{\lambda l}\right)$ ist.

Die Anisotropie ist nicht nur durch das Holz sondern auch durch die Verbindungsmittel bedingt, so daß das Verhältnis $N_y : N_x$ nur aus Versuchen bestimmt werden kann. Die Annahmen für $N_y : N_x$ in den folgenden Tabellen und Diagrammen ergaben sich aus Vorversuchen. Es zeigte sich, daß $N_y : N_x$ nicht konstant sondern eine Funktion von $\frac{b}{l}$ ist und mit wachsendem $\frac{b}{l}$ abnimmt. Bei kleinem Verhältnis $\frac{b}{l}$ muß sich ein Übergang von der Platten- zur Balkentheorie ergeben.

$N_x \approx (EJ)_x$ und $N_y \approx (EJ)_y$ sind die Plattensteifigkeiten in Richtung der Spannweite und rechtwinkelig dazu. Trotz konstanter Plattendicke d ist das Verhältnis $N_y : N_x$ nicht identisch mit dem der Elastizitätsmoduln $E_\perp : E_\parallel$.

a) Plattenmittelpunkt belastet

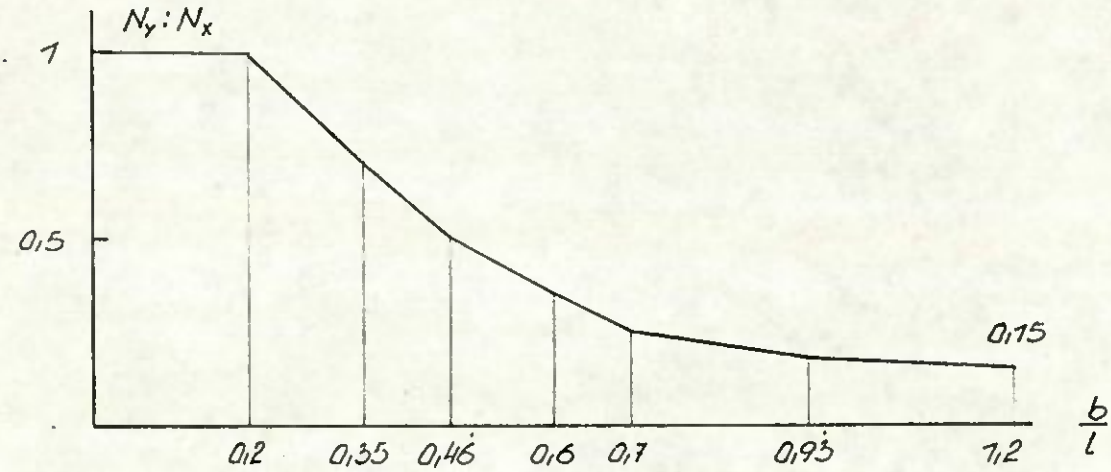


$$f = \frac{P\,l^2}{k\,N} = \frac{12\,P\,l^2}{k\,E\,d^3}$$

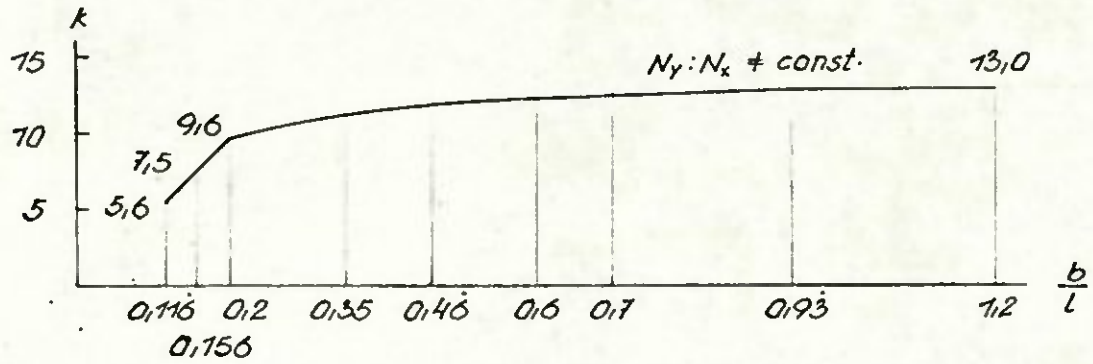
Die Steifigkeitsverhältnisse für die ausgezogene Kurve sind in der folgenden Tabelle und im folgenden Diagramm angegeben. Die gestrichelten Kurven beziehen sich auf $N_y : N_x = 1$ und $N_y : N_x = 0{,}15$.

Die groben Abstufungen von $N_y : N_x$ können lediglich eine Tendenz aufzeigen; eine exakte Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch ist wegen der verwickelten Anisotropie nicht zu erwarten.

b : l	$N_y : N_x = \lambda^4$	$\frac{b}{\lambda l}$	$\bar{k}$	$k = \bar{k}\lambda^2$	$c = \frac{k_v}{k_o}$
14:120=0,11̇6	1	0,116	5,6	k_o= 5,6	
14: 90=0,156	1	0,156	7,5	7,5	
14: 70=0,2	1	0,2	9,6	9,6	
42:120=0,35	0,7	0,38	18,1	k_v=15,1	2,7
42: 90=0,46̇	0,5	0,56	26,0	18,4	2,4
42: 70=0,6	0,35	0,78	34,3	20,3	2,1
84:120=0,7	0,25	0,99	40,8	20,4	3,6
84: 90=0,93̇	0,18	1,43	49,3	20,9	2,8
84: 70=1,2	0,15	1,93	54	20,9	2,2



b) Plattenrand in $\frac{1}{2}$ belastet



b : l	$N_y:N_x=\lambda^4$	$\frac{b}{\lambda l}$	$\bar{k}$	$k=\bar{k}\lambda^2$	$c=\frac{k_v}{k_o}$
14:120=0,116	1	0,116	5,6	k_o= 5,6	
14: 90=0,156	1	0,156	7,5	7,5	
14: 70=0,2	1	0,2	9,6	9,6	
42:120=0,35	0,55	0,41	15,2	11,3	2,0
42: 90=0,46	0,4	0,59	18,8	11,9	1,6
42: 70=0,6	0,35	0,78	20,9	12,4	1,3
84:120=0,7	0,35	0,91	21,2	12,7	2,3
84: 90=0,93	0,35	1,21	22	13,0	1,7
84: 70=1,2	0,35	1,56	22	13,0	1,4

c) Diskussion der Ergebnisse

Die in a und b dargestellten Durchbiegungsfunktionen des belasteten Plattenmittelpunktes bzw. Plattenrandpunktes

$$k = k\ (\ b:l,\ N_y:N_x\ )$$

stimmen mit den Versuchsergebnissen (einschließlich der verleimten Platte) gut überein.

Die Plattentheorie setzt aber ein konstantes Verhältnis $N_y:N_x$ voraus. Sie kann also hier nur grobe Grenzwerte liefern und ist für genauere Untersuchungen - wie etwa über das gesamte Durchbiegungsbild - ungeeignet.

2.5.3. Bestimmung des Durchbiegungsbeiwertes aus dem Versuch

Aus der Formel für die Durchbiegung (2.5.1.) $f = \frac{P\,l^2}{k\,N}$

folgt $k = \frac{P\,l^2}{f\,N}$.

Mit dem Norm-Elastizitätsmodul $E = 1000\ kN/cm^2$

und $P = 0{,}5\ kN$

ergibt sich der Norm-Durchbiegungsbeiwert $k = 0{,}006\ \frac{l^2}{f\,d^3}$.

Die Formel ist in der folgenden Tabelle ausgewertet.

	l= 70 cm	l= 90 cm	l= 120 cm
d= 2,4 cm	k= 2,13:f	k= 3,52:f	k= 6,25:f
2,2	2,76	4,56	8,11
2,0	3,68	6,08	10,80
1,8	5,04	8,33	14,81

Die Durchbiegungen der unverbundenen Bretter $f_o = \frac{P\,l^3}{48\,EJ}$ sind für $b_o = 14$ cm in der nächsten Tabelle angegeben. Die zugehörigen Durchbiegungsbeiwerte $k = k_o$ ergeben sich nach der Formel (siehe 2.5.1.) $k = 48\,\frac{b_o}{l}$.

	l= 70 cm	l= 90 cm	l= 120 cm
	k_o= 9,60	k_o= 7,46	k_o= 5,60
d= 2,4 cm	f_o= 0,22cm	f_o= 0,47	f_o= 1,12
2,2	0,29	0,61	1,45
2,0	0,38	0,81	1,93
1,8	0,53	1,12	2,65

Die "Normdurchbiegung" f_o ist die rechnerische Durchbiegung des unverbundenen Brettes bei $E = 1000$ kN/cm^2 und $P = 0{,}5$ kN, die "Normdurchbiegung" $f = f_v$ ist die entsprechende Durchbiegung der Platte.

Zur Bestimmung von k sind die gemessenen Durchbiegungen $\overline{f}_o$ und $\overline{f} = \overline{f}_v$ auf die Normdurchbiegungen umzurechnen:

$$f : f_o = \overline{f} : \overline{f}_o \quad \text{also} \quad f = f_o\,\frac{\overline{f}}{\overline{f}_o} .$$

Wenn nur nach dem Verteilungsfaktor $c = k_v : k_o = f_o : f_v = \overline{f}_o : \overline{f}_v$ gefragt ist, dann kann dieser einfacher direkt aus dem Versuch mit $c = \overline{f}_o : \overline{f}_v$ bestimmt werden. Voraussetzung ist immer, daß die miteinander verbundenen Bretter gleichen Biegewiderstand aufweisen (siehe 2.4. letzter Absatz).

Beispiel: Versuchsreihe Nr. 1.1. Nr. 2, Brett 2
3-bretterige Platte, l = 70 cm, d = 2,4 cm, b:l = 0,6
gemessen $\overline{f}_o$= 0,162 cm, $\overline{f}_v$= 0,073 cm.
Normdurchbiegung aus der zweiten Tabelle $f_o = 0{,}22$ cm.
Damit wird die Normdurchbiegung der Platte $f_v = f_o\,\frac{\overline{f}_v}{\overline{f}_o} = 0{,}099$ cm.
Aus der ersten Tabelle erhält man damit $k_v = 2{,}13$: $f_v = 21{,}5$.

2.6. Durchbiegung miteinander verbundener Bretter aus dem Versuch

Nach der Balkentheorie ist die Durchbiegung aller miteinander verbundenen Bretter gleich groß, die Biegefläche also ein Zylinder. Die Theorie der isotropen Platte liefert bis zu einem Verhältnis von $b:l = 0,4$ das selbe Ergebnis.

Tatsächlich weicht das Verhältnis der Durchbiegungen der Brettmitten (belastetes Brett : Nachbarbrett) auch bei kleinem $b:l$ erheblich vom Wert 1 ab. Schon Schrof (dort S. 32) erhält z. B. für $b:l = 42 : 144,6 = 0,29$ nicht 1 (wie sich nach der Balkentheorie bzw. der Theorie der isotropen Platte ergibt) sondern 1,45. Auch die Theorie der orthotropen Platte liefert dafür keine widerspruchsfreie Erklärung. Die Versuchsergebnisse untermauern eher die Theorie der punktweise elastisch verbundenen Balken: die Biegesteifigkeit rechtwinkelig zur Spannweite $(EJ)_y$ ist vernachlässigbar klein gegenüber der Biegesteifigkeit in Richtung der Spannweite $(EJ)_x$. Diese Hypothese wird durch folgende Tendenz der Versuchsergebnisse bestätigt:

$$f_o = \sum f_{vi}$$

mit f_o ... Durchbiegung des unverbundenen belasteten Brettes
f_{vi} ... " " Brettes i der Platte.

Eine Erklärung dafür bietet der Arbeitssatz (Gleichheit der äußeren Arbeit):

$$P \cdot f_o = P \sum f_{vi}.$$

Voraussetzung für diese vereinfachte Schreibweise ist die gleiche Biegesteifigkeit der verbundenen Bretter. Eine genaue Übereinstimmung von Theorie und Versuch ist wegen der verschiedenen Drillsteifigkeit GJ_D der Bretter und des Einflusses der Verbindungsmittel nicht zu erwarten. Bei völlig symmetrischer Anordnung (z. B. Versuchsreihe Nr. 3.1., mittleres Brett belastet, gleicher Biegewiderstand der Randbretter) wurde gemessen: $f_{v1} = 3,27$ mm, $f_{v2} = 3,16$ mm. Wenn die miteinander verbundenen Bretter auch nur etwa gleiche Biegesteifigkeit aufweisen, vermag der verfeinerte Ansatz

$$f_o = \sum \frac{(EJ)_i}{(EJ)_o} f_{vi} = \sum \frac{f_o}{f_{oi}} f_{vi}$$

mit $(EJ)_i$ ... Biegesteifigkeit des Brettes i
$(EJ)_o$ ... " " belasteten Brettes

die Übereinstimmung von Theorie und Versuch kaum zu verbessern.

Die Kopplungskräfte (= die von den Verbindungsmitteln übertragenen Kräfte) ergeben sich daher aus den Ansätzen

$$P_1 : P_2 : \dots P_i : \dots = f_{v1} : f_{v2} : \dots f_{vi} : \dots$$

$$P = P_1 + P_2 + \dots P_i + \dots$$

mit P_i ... vom Brett i aufgenommener Teil der Kraft P.

Daraus folgt:

$$P_2 = P_1 \frac{f_{v2}}{f_{v1}}, \quad P_3 = P_1 \frac{f_{v3}}{f_{v1}}, \dots P_i = P_1 \frac{f_{vi}}{f_{v1}}, \dots$$

$$P = \frac{P_1}{f_{v1}} (f_{v1} + f_{v2} + \dots f_{vi} + \dots) = \frac{P_1}{f_{v1}} \sum f_{vi}$$

und schließlich $P_1 = P \frac{f_{v1}}{\sum f_{vi}}$.

Extremfall: 3-bretterige Platte, Randbrett (Brett 1) belastet; z. B. Versuchsreihe Nr. 3.1. Nr. 1. l = 120 cm, d = 24 mm, P = 0,5 kN

$P_1 = 0,5 \frac{4,67}{8,11} = 0,29$ kN ... vom Randbrett aufgenommene Kraft

$P - P_1 = 0,5 - 0,29 = 0,21$ kN ... vom Verbindungsmittel zwischen Brett 1 und Brett 2 übertragene Kraft.

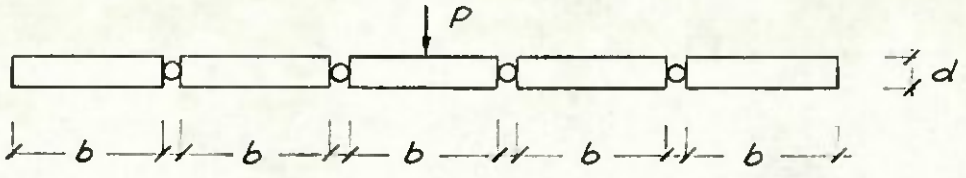
2.7. Einfluß der Torsion

2.7.1. Kopplungskräfte

Bei der überschlägigen Berechnung der Kopplungskräfte (siehe 2.4.) wurde nur die Arbeit der Biegemomente erfaßt. Dadurch erhält man größere Kopplungskräfte als sie sich aus dem Versuch ergeben (siehe 2.6.).

In der folgenden verfeinerten Berechnung wird auch die Arbeit der Drillmomente erfaßt. Die Koppelung benachbarter Bretter erfolge durch ein Verbindungsmittel punktförmig und scharnierartig in 1/2. Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel wird nicht berücksichtigt.

a) 5-bretterige Platte mittig belastet

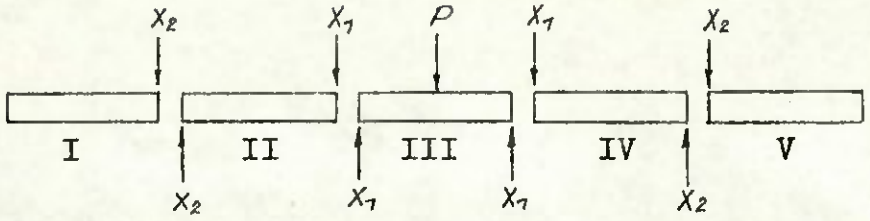


EJ ... Biegesteifigkeit des Einzelbrettes

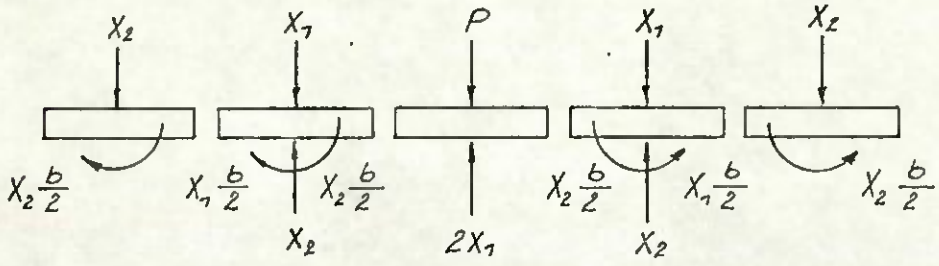
GJ_D ... Drillsteifigkeit " "

M_B ... Biegemoment

M_D ... Drillmoment

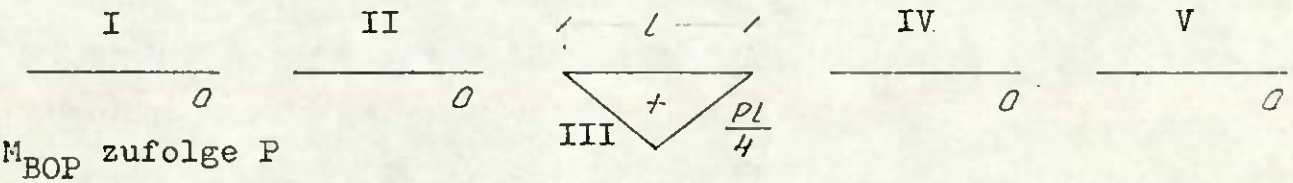


Grundsystem

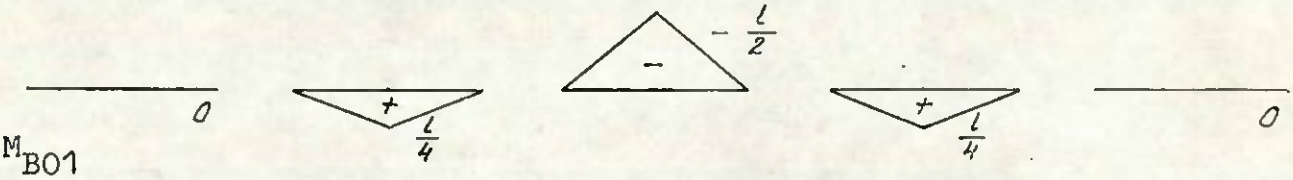


Grundsystem, andere Darstellung

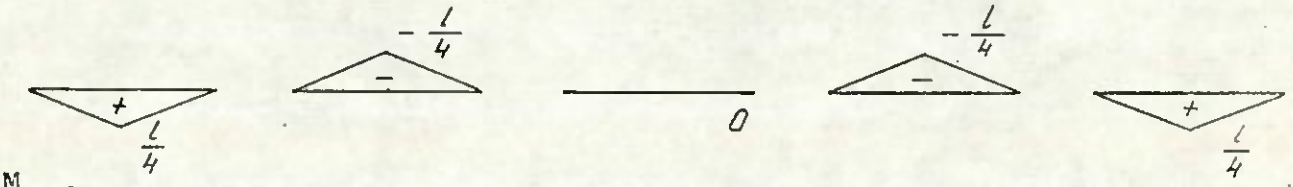
Verlauf der Biegemomente



M_{BOP} zufolge P

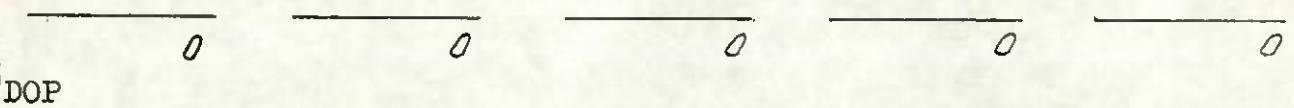


M_{BO1}

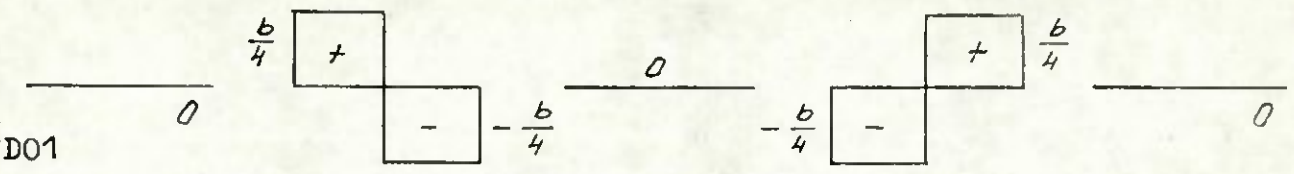


M_{BO2}

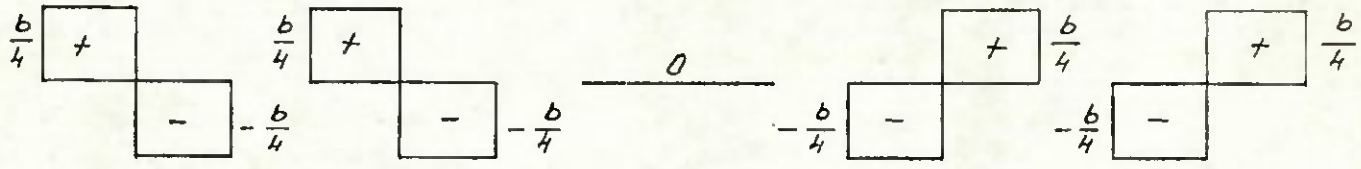
Verlauf der Drillmomente



M_{DOP}



M_{DO1}



M_{DO2}

Bei der folgenden Berechnung der Koeffizienten der Elastizitätsgleichungen werden die Abkürzungen verwendet:

$$\frac{l^3}{48\,EJ} = A \qquad\qquad \frac{l\,b^2}{16\,GJ_D} = B\ .$$

$$\delta_{1P} = \frac{1}{EJ}\int M_{BOP}\,M_{B01}\,dz + \frac{1}{GJ_D}\int M_{DOP}\,M_{D01}\,dz$$

$$= \frac{1}{EJ}\,\frac{l}{3}\,\frac{Pl}{4}\left(-\frac{l}{2}\right) = -\frac{Pl^3}{24\,EJ} = -2PA$$

$$\delta_{2P} = 0$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\left(2\,\frac{l}{3}\,\frac{l^2}{16} + \frac{l}{3}\,\frac{l^2}{4}\right) + \frac{1}{GJ_D}\,2l\,\frac{b^2}{16} = \frac{l^3}{8EJ} + \frac{lb^2}{8GJ_D} = 6A + 2B$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EJ}\,2\,\frac{l}{3}\left(-\frac{l^2}{16}\right) + \frac{1}{GJ_D}\,2l\,\frac{b^2}{16} = -\frac{l^3}{24\,EJ} + \frac{lb^2}{8\,GJ_D} = -2A + 2B$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ}\,4\,\frac{l}{3}\,\frac{l^2}{16} + \frac{1}{GJ_D}\,4l\,\frac{b^2}{16} = \frac{l^3}{12EJ} + \frac{lb^2}{4GJ_D} = 4A + 4B\ .$$

Damit lauten die Elastizitätsgleichungen:

$$X_1\,\delta_{11} + X_2\,\delta_{12} + \delta_{1P} = 0$$

$$X_2\,\delta_{12} + X_2\,\delta_{22} = 0 \longrightarrow \boxed{X_2 = -X_1\,\frac{\delta_{12}}{\delta_{22}} = \frac{\delta_{1P}\,\delta_{12}}{\delta_{11}\,\delta_{22} - \delta_{12}^2}}$$

$$X_1\left(\delta_{11} - \frac{\delta_{12}^2}{\delta_{22}}\right) = -\delta_{1P}$$

$$X_1\,\frac{\delta_{12}^2 - \delta_{11}\,\delta_{22}}{\delta_{22}} = \delta_{1P} \longrightarrow \boxed{X_1 = \frac{\delta_{1P}\,\delta_{22}}{\delta_{12}^2 - \delta_{11}\,\delta_{22}}}$$

Aus den Kopplungskräften X_1 und X_2 erhält man die von den Brettern I, II und III aufgenommenen Teile der Kraft P:

$$\boxed{\begin{aligned} P_1 &= X_2 \\ P_2 &= X_1 - X_2 \\ P_3 &= P - 2\,X_1 \end{aligned}}$$

Vernachlässigt man in der obigen Lösung die Arbeit der Drillmomente (B = 0), dann erhält man die Näherungslösung von 2.4.a für den Wert $a = \frac{1}{2}$.

Die vollständige Lösung ist in der folgenden Tabelle für b = 14 cm, d = 2,4 cm und daraus J = 16,13 cm^4, J_D = 57,54 cm^4 mit den Werkstoffkonstanten E = 1000 kN/cm^2 und G = 50 kN/cm^2 ausgewertet.

Anmerkung: Die von Egner/Marten verwendete Formel für den Drillwiderstand

$$J_D = \frac{b^3 d^3}{3{,}6\,(b^2 + d^2)}$$

ist ungeklärter Herkunft und wurde daher nicht übernommen. Es wurde die von Chwalla begründete und auch von Girkmann angegebene Formel

$$J_D = \frac{b\,d^3}{3}\left(1 - 0{,}63\,\frac{d}{b}\right)$$

verwendet.

l cm	A cm/kN	B cm/kN	X_1 1/P	$X_2=P_1$ 1/P	P_2 1/P	P_3 1/P	$c=P/P_3$
70	0,443	0,298	0,275	0,027	0,248	0,450	2,22
90	0,942	0,383	0,305	0,064	0,241	0,390	2,56
120	2,232	0,511	0,335	0,105	0,230	0,330	3,03

b) 3-bretterige Platte mittig belastet

Man erhält aus Lösung a mit $X_2 = 0$

$$X_1\,\delta_{11} + \delta_{1P} = 0 \longrightarrow X_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{A}{3A+B}\,P = P_1$$

$$P_2 = P - 2X_1 = P\left(1 - \frac{2A}{3A+B}\right) = P\,\frac{A+B}{3A+B}$$

$$c = \frac{P}{P_2} = \frac{3A+B}{A+B} = \frac{3+B/A}{1+B/A}$$

Mit der Näherung $J_D \cong \frac{b\,d^3}{3}$ und den Normwerten $E = 1000\ kN/cm^2$, $G = 50\ kN/cm^2$ vereinfacht sich die Beziehung

$$\frac{B}{A} = \frac{l\,b^2}{16\,GJ_D}\,\frac{48\,EJ}{l^3} = \frac{3\,b^2\,EJ}{l^2\,GJ_D} = \frac{3\,b^2}{l^2}\,\frac{1000}{5}\,\frac{b\,d^3}{12}\,\frac{3}{b\,d^3} = 15\,\frac{b^2}{l^2}\,.$$

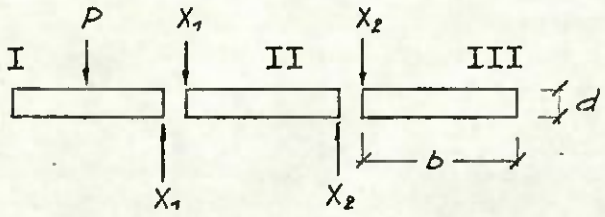
Damit erhält man für den Verteilungsfaktor c die Näherungsformel

$$\boxed{c = \frac{3 + 15\,\frac{b^2}{l^2}}{1 + 15\,\frac{b^2}{l^2}}}$$

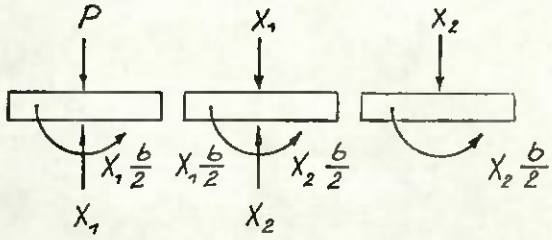
Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle für $b = 14$ cm und $d = 2{,}4$ cm zusammengestellt.

l cm	A cm/kN	B cm/kN	$X_1=P_1$ 1/P	P_2 1/P	$c=P/P_2$	c Näherung
70	0,443	0,298	0,272	0,455	2,20	2,25
90	0,942	0,383	0,294	0,413	2,42	2,47
120	2,232	0,511	0,310	0,381	2,63	2,66

c) 3-bretterige Platte, Randbrett belastet

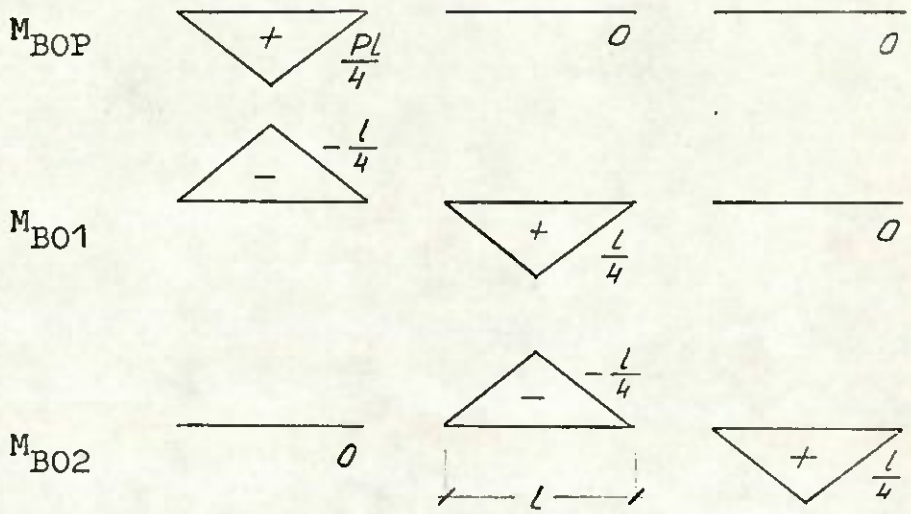


Grundsystem

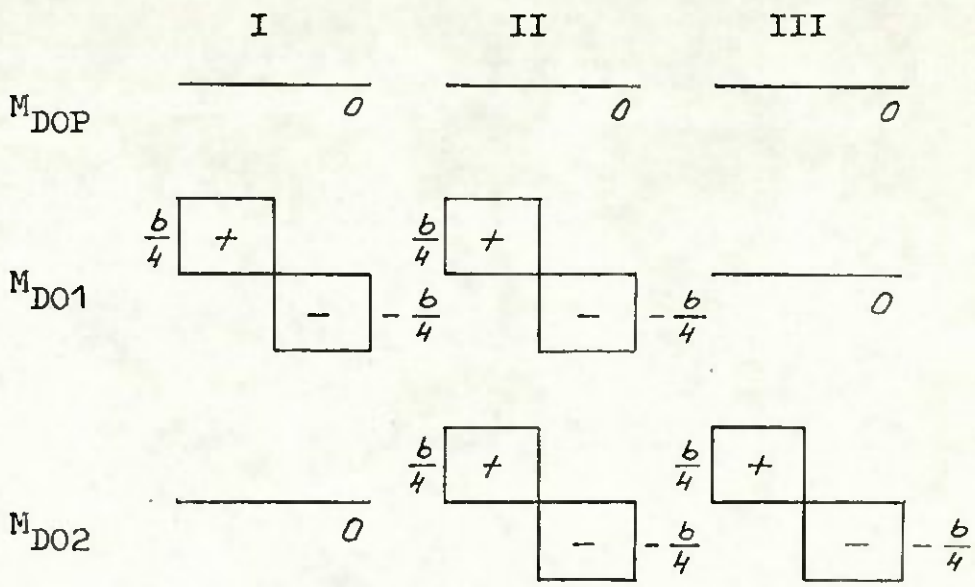


Grundsystem, andere Darstellung

Verlauf der Biegemomente



Verlauf der Drillmomente



Mit den Abkürzungen A und B (siehe Punkt a) erhält man die Koeffizienten der Elastizitätsgleichungen:

$$\delta_{1P} = -\frac{1}{EJ}\,\frac{l}{3}\,\frac{Pl}{4}\,\frac{l}{4} = -\frac{Pl^3}{48EJ} = -PA$$

$$\delta_{2P} = 0$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\,2\,\frac{l}{3}\,\frac{l^2}{16} + \frac{1}{GJ_D}\,2l\,\frac{b^2}{16} = \frac{l^3}{24EJ} + \frac{lb^2}{8GJ_D} = 2A + 2B$$

$$\delta_{12} = -\frac{1}{EJ}\,\frac{l}{3}\,\frac{l^2}{16} + \frac{1}{GJ_D}\,l\,\frac{b^2}{16} = -\frac{l^3}{48EJ} + \frac{lb^2}{16GJ_D} = -A + B$$

$$\delta_{22} = \delta_{11}$$

Die Elastizitätsgleichungen lauten:

$$X_1\,\delta_{11} + X_2\,\delta_{12} + \delta_{1P} = 0$$

$$X_1\,\delta_{12} + X_2\,\delta_{11} = 0 \longrightarrow \boxed{X_2 = -X_1\,\frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} = \frac{\delta_{1P}\,\delta_{12}}{\delta_{11}^2 - \delta_{12}^2}}$$

$$X_1\left(\delta_{11} - \frac{\delta_{12}^2}{\delta_{11}}\right) = -\delta_{1P}$$

$$X_1\,\frac{\delta_{11}^2 - \delta_{12}^2}{\delta_{11}} = -\delta_{1P} \longrightarrow \boxed{X_1 = \frac{\delta_{1P}\,\delta_{11}}{\delta_{12}^2 - \delta_{11}^2}}$$

Aus den Kopplungskräften X_1 und X_2 erhält man die von den Brettern I, II und III aufgenommenen Teile der Kraft P:

$$\boxed{\begin{aligned} P_1 &= P - X_1 \\ P_2 &= X_1 - X_2 \\ P_3 &= X_2 \end{aligned}}$$

Die Lösung ist in der folgenden Tabelle für b = 14 cm, d = 2,4 cm mit E = 1000 kN/cm^2 und G = 50 kN/cm^2 ausgewertet.

l cm	A cm/kN	B cm/kN	X_1 1/P	$X_2=P_3$ 1/P	P_1 1/P	P_2 1/P	c= P/P_1
70	0,443	0,298	0,302	0,030	0,698	0,272	1,43
90	0,942	0,383	0,372	0,078	0,628	0,294	1,59
120	2,232	0,511	0,451	0,142	0,549	0,309	1,82

d) Einfluß einer Abweichung von den genormten Werten für E und G

Egner/Marten (dort Zahlentafel 2) bestimmten Elastizitäts- und Schubmodul von Brettern mit b = 14 cm, d = 2,4 cm. Sie erhielten die Mittelwerte $E = 1655\ kN/cm^2$ und $G = 76{,}2\ kN/cm^2$ und damit $\frac{E}{G} \cong 22$. Mit den genormten Werten erhält man $\frac{E}{G} = 20$.

Der Unterschied wird am Beispiel der 3-bretterigen mittig belasteten Platte untersucht (siehe Punkt b). Man bekommt mit den Werten aus der Norm $\frac{B}{A} = \frac{3297}{l^2}$ exakt, $\frac{B}{A} = 15\,\frac{b^2}{l^2}$ genähert,

mit den Werten von Egner/Marten $\frac{B}{A} = \frac{3626}{l^2}$ exakt, $\frac{B}{A} = 16{,}5\,\frac{b^2}{l^2}$ genähert.

Die auf verschiedene Weisen errechneten Verteilungsfaktoren c sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

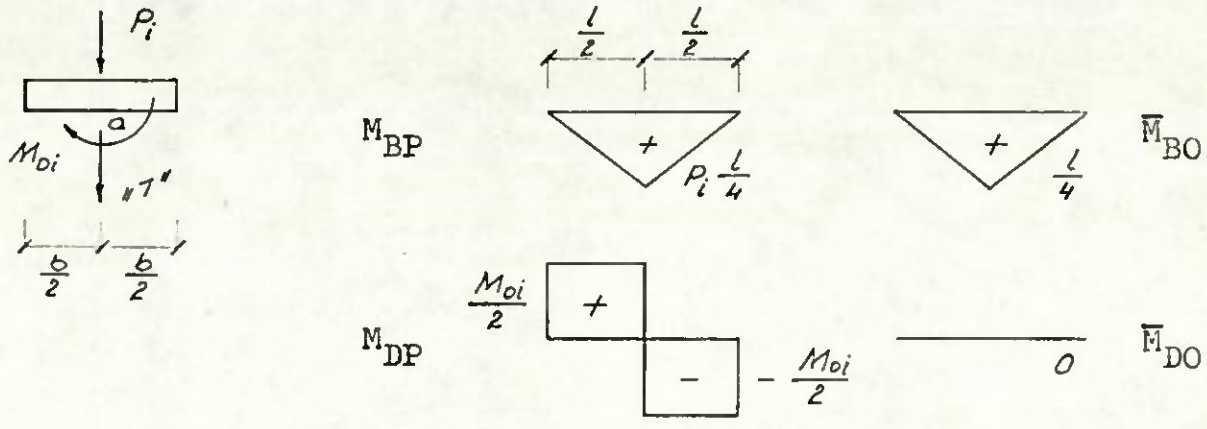
l	E/G = 20		E/G = 22		Versuch
cm	exakt	genähert	exakt	genähert	6.1.2.
70	2,20	c = 2,25	2,15	c = 2,20	2,18
90	2,42	2,47	2,38	2,43	2,55
120	2,63	2,66	2,60	2,63	2,72

2.7.2. Durchbiegungen

Die Durchbiegungen werden mit dem Reduktionssatz berechnet:

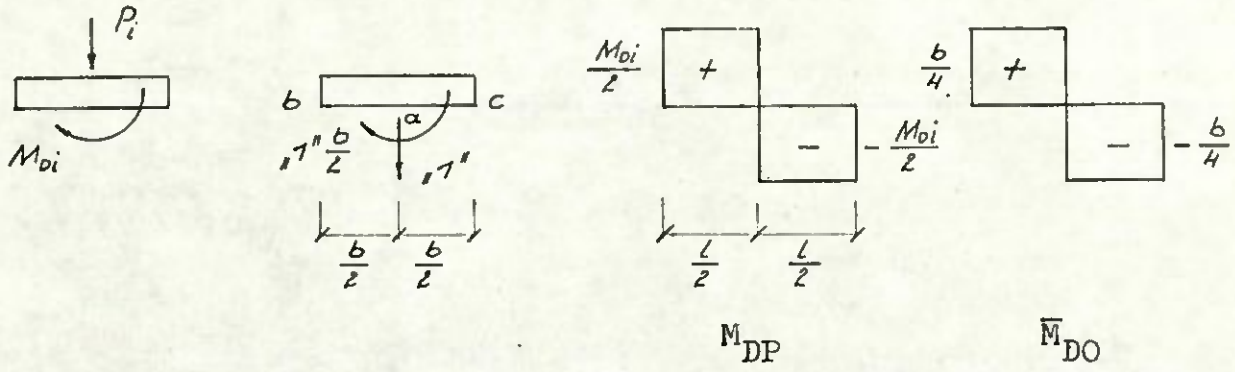
$$f = f_B + f_D = \frac{1}{E\,J}\int M_{BP}\,\overline{M}_{BO}\,dz + \frac{1}{G\,J_D}\int M_{DP}\,\overline{M}_{DO}\,dz$$

Man erkennt, daß die Durchbiegung der Brettmittelpunkte (a) nur durch die Arbeit der Biegemomente bedingt ist.



Also gilt für die Brettmittelpunkte $f_{ia} = \frac{Pi\ l^3}{48\ EJ}$ (siehe auch 2.6.).

Die Durchbiegungen der Brettrandpunkte (b und c) unterscheiden sich von denen der Brettmittelpunkte nur durch den Anteil der Arbeit der Drillmomente:



$$f_{ic} = f_{ia} + \frac{1}{GJ_D}\, l\, \frac{M_{Di}}{2}\, \frac{b}{4} = f_{ia} + M_{Di}\, \frac{b\, l}{8\, GJ_D}$$

$$f_{ib} = f_{ia} - M_{Di}\, \frac{b\, l}{8\, GJ_D} \quad .$$

Es folgt $f_{ia} = \frac{1}{2}\,(\, f_{ib} + f_{ic}\,)$. - Dieses Ergebnis wird durch die Versuche von Egner/Marten (Zahlentafel 5, Belastungsfall VIII) und Schrof (S. 32 f.) grundsätzlich bestätigt.

Das Drillmoment M_{Di} erhält man aus den Kopplungskräften durch Multiplikation mit $\frac{l}{2}$.

Schließlich interessieren die Durchbiegungsbeiwerte k in Abhängigkeit vom Verhältnis b : l , wobei nun b wieder die gesamte Plattenbreite bezeichnet. - Aus 2.5.1. folgt

$$k = \frac{48\, EJ}{l\, N} = \frac{48\, EJ}{l}\, \frac{12}{E\, d^3} = \frac{576\, J}{l\, d^3} \quad .$$

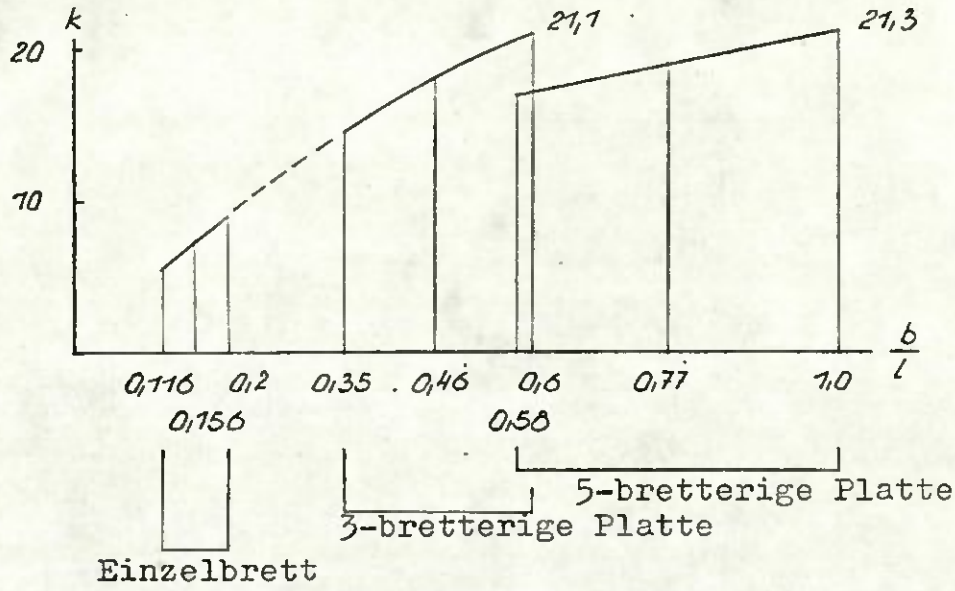
Mit $J = \frac{b\, d^3}{12} = \frac{c\, b_o\, d^3}{12}$

ergibt sich $k = \frac{576}{l\, d^3}\, \frac{c\, b_o\, d^3}{12} = 48\, \frac{c\, b_o}{l}$.

Diese Formel ist für $b_o = 14$ cm mit den in 2.7.1. errechneten Verteilungsfaktoren c in der folgenden Tabelle ausgewertet.

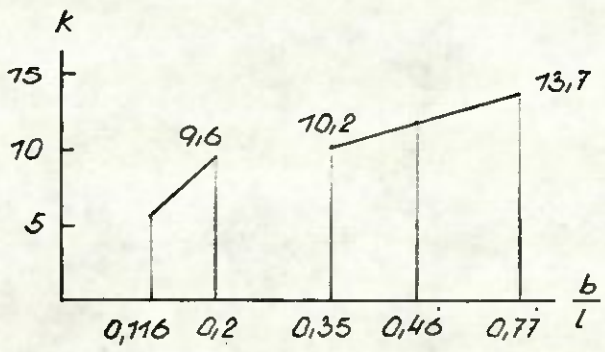
l cm	mittige Belastung 3-bretterig			5-bretterig			Randbrett belastet 3-bretterig		
	b:l	c	k	b:l	c	k	b:l	c	k
70	0,6	2,20	21,1	1,0	2,22	21,3	0,6	1,43	13,7
90	0,46	2,42	18,1	0,77	2,56	19,1	0,46	1,59	11,9
120	0,35	2,63	14,7	0,58	3,03	17,0	0,35	1,82	10,2

Die nächsten beiden Bilder veranschaulichen die Zusammenhänge.



Punktweise scharnierartig gekoppelte Balken, Drillung berücksichtigt - Einzellast P in Plattenmitte

$$f = \frac{12\ P\ l^2}{k\ E\ d^3}$$



- Einzellast P in der Mitte des Randbrettes in $\frac{1}{2}$

Anmerkung: Es wurde hier die 5-bretterige Platte behandelt, da sich bei dieser unter mittiger Belastung die Rechnung auf die Bestimmung von zwei statisch Unbekannten vereinfacht. Bei der 6-bretterigen Platte wären zufolge mittiger Belastung eines Brettes fünf statisch Unbekannte zu berechnen.

2.7.3. Einfluß verschiedener Elastizitäts- und Drillmoduln der verbundenen Bretter

Dieses Problem wurde schon in 2.4.d ohne Einfluß der Torsion behandelt. Als repräsentatives und einfaches Beispiel wird wieder die 3-bretterige mittig belastete Platte gewählt. Das mittlere Brett habe die Moduln E und G, die Mittelwerte für die Randbretter seien nE und mG. - Man erhält aus 2.7.1.:

$$\delta_{1P} = -\frac{P\,l^3}{24\,EJ} = -2\,A\,P$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\left(\frac{l^3}{24\,n} + \frac{l^3}{12}\right) + \frac{1}{m\,GJ_D}\,\frac{l\,b^2}{8} = \frac{l^3}{12\,EJ}\left(\frac{1}{2\,n} + 1\right) + \frac{l\,b^2}{m8GJ_D}$$

$$= 4A\,\frac{2n+1}{2n} + 2B\,\frac{1}{m}$$

wobei $A = \frac{l^3}{48\,EJ}$, $B = \frac{l\,b^2}{16\,GJ_D}$.

Daraus können mit den Beziehungen

$$X_1 = P_1 = -\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}}, \quad P_2 = P - 2\,X_1$$

die Verteilungsfaktoren $c = \frac{P}{P_2}$ berechnet werden.

Die folgende Tabelle läßt das Gewicht des Einflusses erkennen. Die Werte A und B entsprechen der Brettdicke 2,4 cm; eine hier nicht wiedergegebene Rechnung ergibt für die Brettdicken 1,8 cm, 2,0 cm und 2,2 cm identische Werte von c.

l cm	A cm/kN	B cm/kN	n=m	$X_1=P_1$ 1/P	$c=P:(P-2X_1)$
70	0,443	0,298	0,9	0,259	2,08
"	"	"	1	0,272	2,20
"	"	"	1,1	0,284	2,32
90	0,942	0,383	0,9	0,281	2,28
"	"	"	1	0,294	2,42
"	"	"	1,1	0,305	2,56
120	2,232	0,511	0,9	0,297	2,46
"	"	"	1	0,310	2,63
"	"	"	1,1	0,321	2,79

2.7.4. Einfluß verschiedener Brettbreiten der verbundenen Bretter

Das Problem ist ähnlich dem von 2.7.3. Es wird wieder die 3-bretterige mittig belastete betrachtet; die Bretter mögen gleichen Elastizitäts- und Schubmodul haben. Das mittlere Brett habe die Breite b und daher

$$J = \frac{b\,d^3}{12}\,, \qquad J_D = \frac{b\,d^3}{3}\left(1 - 0{,}63\,\frac{d}{b}\right).$$

Die Randbretter haben die Breite nb und daher

$$J = n\,\frac{b\,d^3}{12}\,, \qquad J_D \approx n\,\frac{b\,d^3}{3}\left(1 - 0{,}63\,\frac{d}{b}\right).$$

Damit können die Ausdrücke für δ_{1P} und δ_{11} von 2.7.3. übernommen werden, wenn man $m = n$ setzt:

$$\delta_{1P} = -\,2A\,P\,, \qquad \delta_{11} = 2A\,\frac{2n+1}{n} + \frac{2B}{n}$$

Wie früher gilt: $A = \frac{l^3}{48\,EJ}$, $B = \frac{l\,b^2}{16\,GJ_D}$,

$$X_1 = P_1 = -\,\frac{\delta_{1P}}{\delta_{11}}\,, \qquad c = \frac{P}{P_2} = \frac{P}{P - 2X_1}\,.$$

Die Werte von A und B in der folgenden Tabelle entsprechen der Bretthöhe d = 2,4 cm und der Brettbreite b = 14 cm.

l cm	A cm/kN	B cm/kN	n	$X_1=P_1$ 1/P	$c=P:(P-2X_1)$	c 14 cm	c n 14 cm
70	0,443	0,298	12:14	0,253	2,02	28,3	24,2
"	"	"	1	0,272	2,20	30,8	30,8
"	"	"	16:14	0,289	2,37	33,2	37,9
90	0,942	0,383	12:14	0,275	2,22	31,1	26,6
"	"	"	1	0,294	2,42	33,9	33,9
"	"	"	16:14	0,310	2,63	36,8	42,1
120	2,232	0,511	12:14	0,291	2,39	33,5	28,7
"	"	"	1	0,310	2,63	36,8	36,8
"	"	"	16:14	0,325	2,86	40,0	45,8

2.8. Vergleich der Theorien zur Bestimmung des Verteilungsfaktors

Die Theorie der isotropen Platte liefert nicht erreichbare obere Grenzwerte für den Verteilungsfaktor c. Es wurde versucht, mittels der Theorie der orthotropen Platte den Versuchsergebnissen näher zu kommen. Dabei konnte lediglich gezeigt werden, daß das Verhältnis der Biegesteifigkeiten $(EJ)_x : (EJ)_y$ nicht konstant und daher eine Voraussetzung dieser Theorie nicht erfüllt ist.

Das Modell punktweise gekoppelter Balken ergibt bei Berücksichtigung der Drillung eine Lösung, welche widerspruchsfrei alle Erscheinungen erklärt. Die auffälligste dieser Erscheinungen ist der "Höcker" im Diagramm $k = k\left(\frac{b}{l}\right)$ am Übergang von der 3-bretterigen zur 5- bzw. 6-bretterigen Platte ($\frac{b}{l} \cong 0{,}6$, vergleiche die Bilder 6.1.3. und 2.7.2.). - Es liegt nahe, Theorie und Versuch durch die Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der verschiedenen Verbindungsmittel noch besser in Einklang zu bringen. Das wäre durch die Aufnahme der Wegfederkonstanten in den Arbeitssatz möglich. Bei der Spundung wäre zu berücksichtigen, daß die Kopplungskräfte nicht Einzellasten sondern (und das ist die Schwierigkeit) nicht konstante Streckenlasten sind. - Wegen der breiten Streuung der Elastizitätswerte E und G und der Abhängigkeit auch der geometrischen Größen J und J_D und der Wegfederkonstanten (Schlupf) von der Feuchtigkeit und den Maßtoleranzen ist eine Verfeinerung der Theorie problematisch. Im übrigen zeigen alle nach nicht theoretischen Gesichtspunkten als brauchbar befundenen Verbindungsmittel ein durch diese Theorie erklärtes Verhalten.

2.9. Bruchbereich

Alle theoretischen Untersuchungen beziehen sich auf den elastischen Bereich. Das Verhalten im Bruchbereich kann nicht mit Hilfe theoretischer Modelle geklärt werden; nur der Versuch kann darüber Aussagen liefern.

3. Versuchseinrichtung

3.1. Prüfmaschine

Für die Durchführung der Versuche stand die 1o-Mp-Prüfmaschine des Instituts für Fenstertechnik e.V. Rosenheim zur Verfügung. Mit dem in der nachfolgenden Zeichnung dargestellten Balken ist es möglich, die Last des Hydraulikkolbens auf die seitlich vom Kolben gelagerten Prüfkörper überzuleiten. Damit die Kraft direkt am Prüfkörper gemessen werden kann, ist oberhalb der Druckplatte des Laststempels eine Kraftmeßdose eingebaut. Der Stempel kann auf dem Balken in Richtung der Längsachse verschoben werden. Man kann die Kraft also an jeder Stelle unterhalb des Balkens aufbringen.

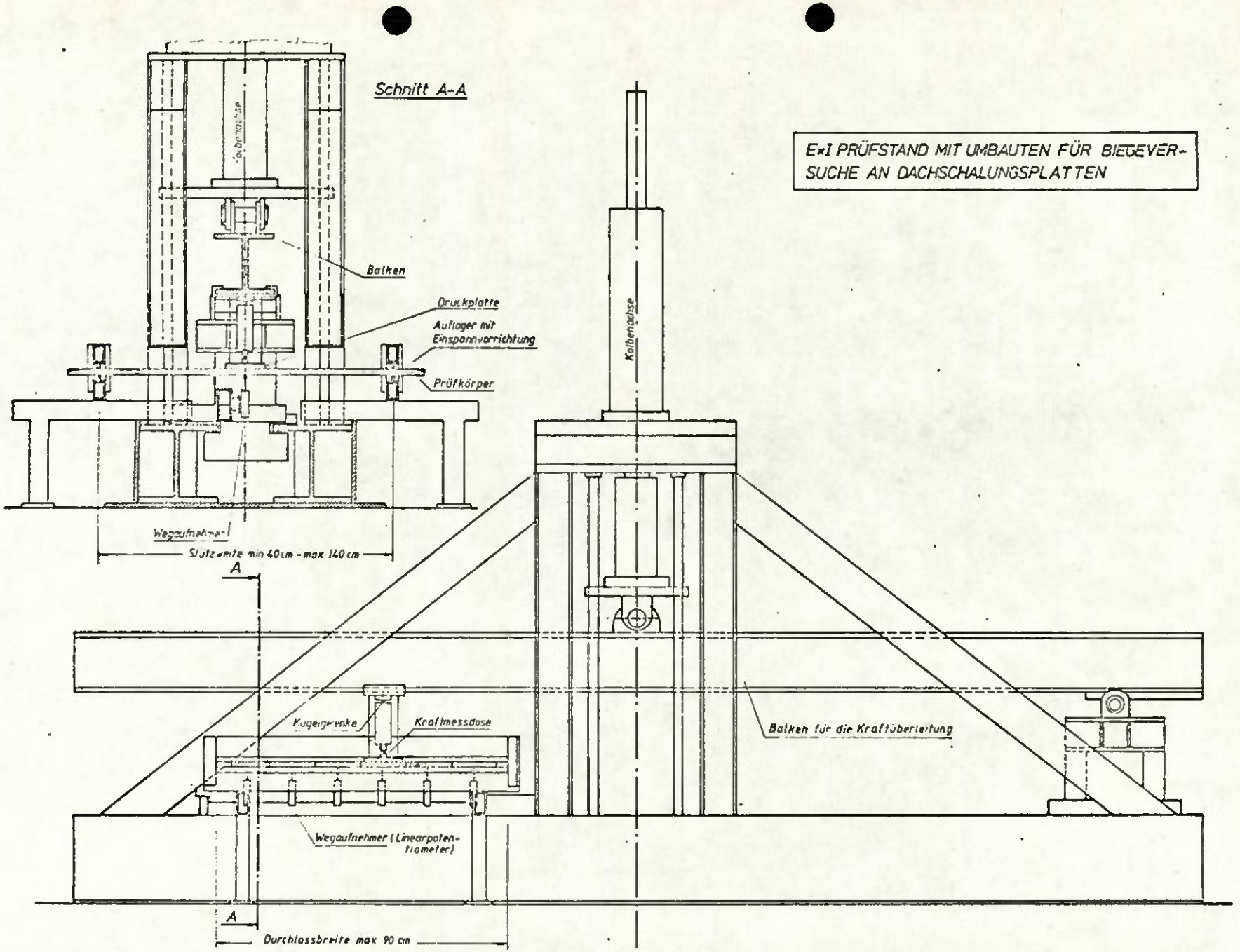
3.2. Meßtechnik

Alle Meßgrößen (Weg, Kraft) konnten auf elektrischem Weg erfasst werden. Damit bestand die Möglichkeit, die Signale mit einem x-y-Schreiber als Funktion darzustellen.

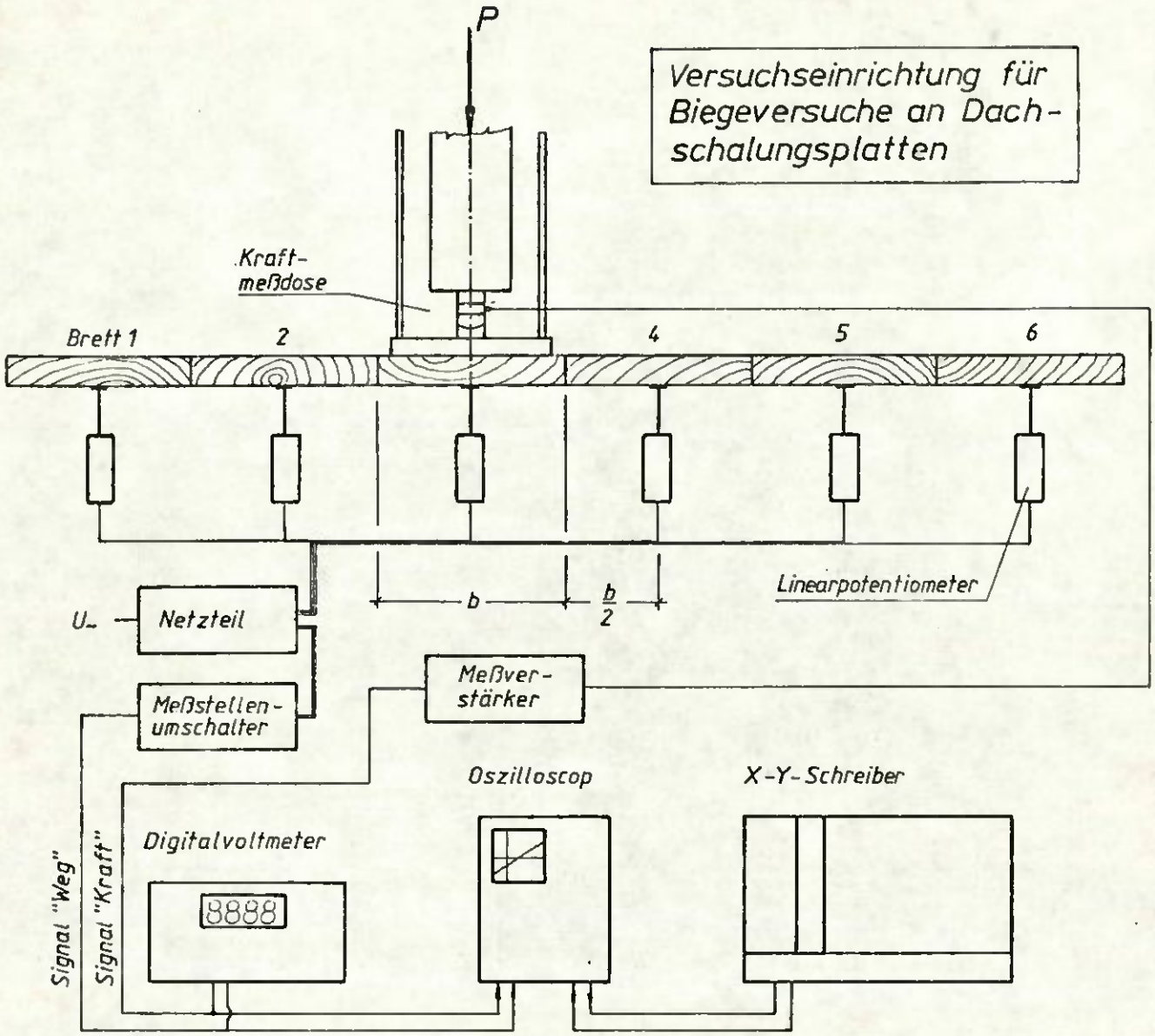
Dazu wurde bei der Kraftmessung eine piezoelektrische Druckmeßdose verwendet. Die durch die Belastung hervorgerufene Ladungsänderung im Piezokristall wurde durch einen angeschlossenen Meßverstärker verstärkt und so aufbereitet, daß die Spannungsänderung der Kraftdifferenz direkt proportional ist und auf einem Meßinstrument abgelesen werden kann. Die Meßungenauigkeit beträgt bei dieser Art der Krafterfassung nach Herstellerangabe max. ± o,5 %.

Für die Bestimmung der Durchbiegung wurden 6 Linearpotentiometer (siehe Zeichnung) verwendet, die auf einer Schiene unterhalb der Meßebene angeordnet waren. Diese Geräte arbeiten auf der Basis elektrischer Widerstandsmessung und müssen daher von einem Netzteil mit einer definierten Versorgungsspannung gespeist werden. Der Meßbereich der Instrumente beträgt 4 cm bei einer Meßgenauigkeit von ± o,o3 mm. Mit einem Meßstellenumschalter können die Spannungen aller Potentiometer nacheinander abgerufen werden.

Beide Ausgangssignale, Kraft und Weg, wurden einem Oszilloscop zugeführt, in dem alle eingehenden Meßsignale digital gespeichert und danach wieder abgerufen werden können. Der angeschlossene x-y-Schreiber ermöglicht die Aufzeichnung der gespeicherten Meßwerte als Funktion Kraft-Zeit, Weg-Zeit oder Kraft-Weg.



E×1 PRÜFSTAND MIT UMBAUTEN FÜR BIEGEVERSUCHE AN DACHSCHALUNGSPLATTEN


P
Versuchseinrichtung für Biegeversuche an Dachschalungsplatten
Kraftmeßdose
Brett 1
2
4
5
6
b
b/2
Linearpotentiometer
U~
Netzteil
Meßstellenumschalter
Meßverstärker
Oszilloscop
X-Y-Schreiber
Digitalvoltmeter
8888
Signal "Weg"
Signal "Kraft"

4. Prüfkörper

4.1. Bretter

4.1.1. Optische Sortierung

Die für die Versuche verwendeten Bretter genügten nach der optischen Sortierung nach DIN 4074 der Güteklasse II. In Einzelfällen waren die Bretter auch der Güteklasse I zuzuordnen. Um Schwierigkeiten beim Plattenzusammenbau vorzubeugen, wurde nur scharfkantiges Material der Schnittklasse S herangezogen.

Hinsichtlich der Maßhaltigkeit erfüllten die Versuchsbretter im Anlieferungszustand (halbtrocken u ~ 30 %) die Anforderungen der Güteklasse II. Bei der Trocknung auf die Prüffeuchtigkeit (12%) ändern sich die Querschnittmaße rechnerisch zu

$d_2 = d_1 \cdot [1 - \alpha_r(u_1 - u_2)]$ $\quad \alpha_r = 0{,}12\ \%$ $\quad u_1 - u_2 = 30 - 12 = 18\ \%$

$b_2 = b_1 \cdot [1 - \alpha_t(u_1 - u_2)]$ $\quad \alpha_t = 0{,}24\ \%$

Rechnet man mit einem mittl. Schwindmaß von $\bar{\alpha} = 0{,}18\ \%$, so erhält man für die 24mm - Bretter:

$d_2 = 2{,}4 \cdot (1 - 0{,}0018 \cdot 18) = 2{,}32$ cm

$b_2 = 14 \cdot (1 - 0{,}0018 \cdot 18) = 13{,}4$ cm

Die tatsächlichen Abmessungen betrugen für diese Bretter $\bar{d} = 2{,}30$ cm, $\bar{b} = 13{,}5$ cm.

Bei einer größeren Stichprobe (n = 33) der insgesamt etwa 200 Versuchsbretter wurde im Zuge der Druckfestigkeitsuntersuchung auch die mittlere Jahrringbreite und die Jahrringlage festgestellt. Hiernach waren ca. 70% des Versuchsmaterials Seitenbretter mit liegenden Jahrringen, ca. 10 % der Bretter hatten stehende Jahrringe und etwa 20 % waren Kernbretter - teilweise mit Markröhre. Die mittl. Jahrringbreite lag im Gesamtmittel bei $\bar{b} = 2{,}0$ mm (v = 37 %). Es traten Grenzwerte von $\bar{b} = 0{,}9$ mm und $\bar{b} = 3{,}5$ mm auf.

4.1.2. Rohdichte

Für die o.g. Stichprobe wurde ferner die Rohdichte nach DIN 52182 bei u = 12 % und im darrtrockenen Zustand untersucht. Es ergaben sich die arithmetischen Mittel von $\bar{r}_{12} = 0{,}465$ g/cm³ (v = 9,9 %) und $\bar{r}_0 = 0{,}434$ bei einem Variationskoeffizienten v = 9,5 %. Diese Ergebnisse decken sich mit den Angaben in der DIN 68 364. Hier wurde für einen sehr großen Probenumfang aus mind. 5 Stämmen der Wert $\bar{r}_{12} = 0{,}47$ g/cm³ bei v = 9,7 % gefunden. Das Versuchsmaterial ist also hinsichtlich der Rohdichte repräsentativ für die Fichte.

4.1.3. Holzfeuchtigkeit

Die Holzfeuchte wurde jeweils unmittelbar vor der Prüfung mit einem elektrischen Holzfeuchtemeßgerät (Gann Hygromette 1oo) stichprobenartig bei mindestens 1o Brettern der Versuchsreihe gemessen. Die Plattenprüfung erfolgte stets kurz nach der Festigkeitssortierung der Einzelbretter; die Feuchtedifferenz zwischen beiden Prüfungen erreichte dadurch höchstens 2 %.

4.1.4. Druckfestigkeit

Von jedem der 33 Stichprobenbretter wurden drei fehlerfreie Versuchskörper der Form 2o x 2o x 4o hergestellt und nach DIN 52 185 auf Druckfestigkeit parallel zur Faser untersucht. Bei einer Holzfeuchte von u = 12 % lag die gemessene mittlere Druckfestigkeit bei σ_{dB12} = 46,9 N/mm² - das entspricht umgerechnet bei 15 % Holzfeuchtigkeit einer Druckfestigkeit von σ_{dB15} = 39,9 N/mm² . Die Streuung der Meßwerte wurde als s = 6,62 N/mm² (Variationskoeffizient v = 14,1 %) ermittelt.

In der DIN 68 364 ist für die Druckfestigkeit der Fichte σ_{dB12} = 4o N/mm² mit dem Variationskoeffizienten v = 14,4 % angegeben (s = 5,76). Andere Untersuchungen (s. Holz als Roh- und Werkstoff Jahrg. 1939 S. 4o7) kommen zu einem Ergebnis von σ_{dB15} = 43 N/mm² ≙ σ_{dB12} = 5o N/mm². Statistisch gesicherte Unterschiede der Mittelwerte liegen vor bei $|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| > u_{99\%} \cdot s/\sqrt{n} = 2{,}33$; das heißt also, daß die Druckfestigkeit des Versuchsmaterials um mindestens 4,6 N/mm² ≙ 11,5 % höher ist als der Wert in der DIN 68 364. Wenn man jedoch auch das andere Vergleichsergebnis von 5o N/mm² berücksichtigt, so kann man davon ausgehen, daß die Versuchsbretter auch hinsichtlich der Druckfestigkeit einen repräsentativen Querschnitt darstellen.

Es sei am Rande erwähnt, daß die Korrelation der Druckfestigkeit mit der Rohdichte durch die Versuche bestätigt wurde (Korrelationskoeffizient r = o,87). Als Regressionsgerade wurde σ_{dB12} [N/mm²] = 139·r_o[g/cm³]-13,5 gefunden.

4.1.5. Biegesteifigkeit

Aus den Daten der Durchbiegungswerte vieler Einzelbretter wurde auch der E-Modul errechnet. Im Vergleich mit Rohdichte und Druckfestigkeit ist der E-Modul mit der größten Streuung behaftet. Das arithmetische Mittel von über 7o Messungen beträgt bei u ≈ 12 % : E_o = 11 5oo N/mm² bei einer Streuung von 2.45o N/mm² (v = 21,4 %). Der obere bzw. untere Grenzwert lag bei 18 ooo N/mm² und 6 ooo N/mm² . Die großen Streuungen sind hauptsächlich auf den Einfluß von Ästen und dgl. zurückzuführen. Bei fehlerfreien Proben ist mit einer kleineren Streuung zu rechnen (vgl. DIN 68 364).

Werkstoffeigenschaften des verwendeten Fichtenholzes[1]

Nr.	Jahrr.l.[2]	Jahrr.b. mm	u_1[3] [%]	r_1[3] [g/cm³]	r_0[4] [g/cm³]	$E_1 \cdot 10^{-3}$[5] [N/mm²]	σ_{dB12}[3] [N/mm²]	σ_{dB15}[6] [N/mm²]
1	li	1,8	12,2	0,48	0,45	13,5	44,6	37,9
2	li	1,9	12,1	0,49	0,46	14,7	5o,2	42,6
3	li	1,7	12,3	0,51	0,47	14,2	49,5	42,o
4	li	1,6	12,7	0,46	0,43	15,4	45,9	39,o
5	li	o,9	12,1	0,57	0,53	17,1	6o,2	51,1
6	li	o,9	12,5	0,51	0,47	15,4	51,4	43,7
7	li	1,o	12,6	0,52	0,48	15,8	57,1	48,5
8	li	2,3	12,8	0,53	0,49	13,6	54,1	46,o
9	li	1,5	11,1	0,46	0,43	13,1	43,7	37,2
1o	li	o,9	11,8	0,52	0,48	17,4	56,2	47,8
11	li	1,o	12,8	0,5o	0,46	15,6	51,1	43,4
12	st	1,4	11,2	0,48	0,45	13,1	53,9	45,8
13	li	3,7	1o,9	0,38	0,36	8,5	32,3	27,5
14	st	1,5	1o,5	0,45	0,42	12,9	5o,9	43,3
15	li	2,2	1o,8	0,49	0,46	1o,3	5o,3	42,7
16	qu	1,4	1o,6	0,45	0,42	13,3	47,2	4o,2
17	qu	3,2	1o,8	0,4o	0,38	9,5	35,8	3o,4
18	Ke	2,1	1o,6	0,47	0,44	11,9	49,5	42,1
19	qu	1,5	9,9	0,45	0,42	13,o	5o,9	43,3
2o	li	1,3	11,6	0,44	0,41	13,4	44,7	38,o
21	li	2,4	1o,8	0,53	0,5o	11,5	46,5	39,5
22	Ke	2,5	9,8	0,4o	0,38	1o,3	42,o	35,7
23	Ke	2,9	9,9	0,43	0,41	1o,6	43,6	37,1
24	li	2,1	1o,3	0,43	0,4o	1o,4	47,o	4o,o
25	li	2,1	11,9	0,45	0,42	12,8	46,6	39,6
26	Ke	2,7	12,3	0,45	0,42	1o,6	46,1	39,2
27	Ke	2,7	11,5	0,41	0,38	9,o	39,3	33,4
28	Ke	3,5	11,5	0,39	0,36	11,3	35,9	3o,5
29	li	1,9	12,o	0,5o	0,46	15,5	49,4	42,o
3o	li	2,3	11,3	0,47	0,44	13,o	47,2	4o,1
31	qu	2,9	11,7	0,43	0,4o	9,8	35,7	3o,3
32	li	2,o	11,4	0,48	0,45	11,9	51,7	44,o
33	Ke	2,6	11,o	0,4o	0,38	1o,5	36,8	31,3
Mittelwerte		2,o	11,4	0,47	0,43	12,7	46,9	39,9
v [%]		37,4	7,6	9,9	9,5	18,5	14,1	14,1

Anmerkungen:

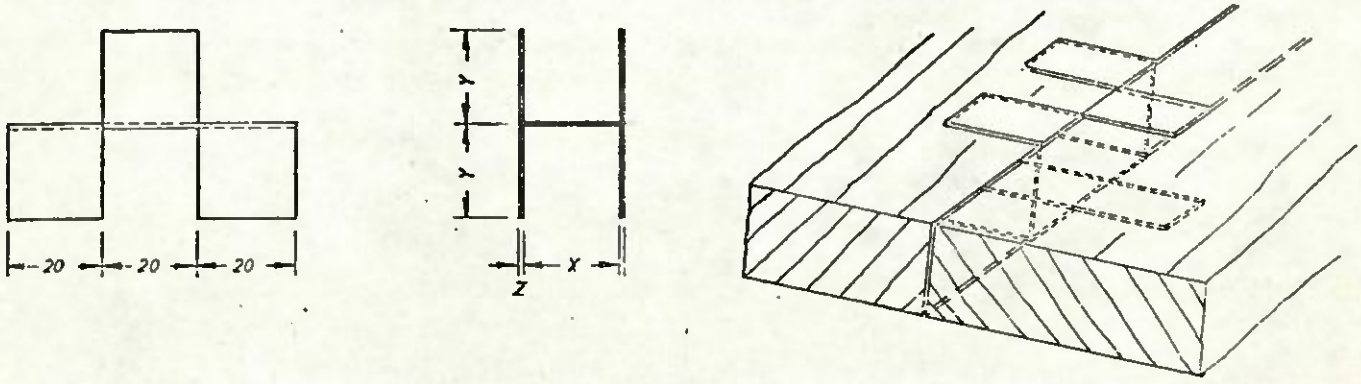
1) bestimmt aus 33 zufällig ausgewählten Probebrettern
2) li ... liegende Jahrringe qu ... ca. 45°-Winkel
   st ... stehende Jahrringe Ke ... Kernbrett
3) Mittelwert aus jeweils 3 Probekörpern eines Brettes
4) umgerechnet aus r_1, u_1 (Kollmann-Schaubild)
5) aus Einzelbrettprüfung bei u_1 bestimmt (keine fehlerfreien Proben)
6) umgerechnet aus σ_{dB12} (DIN 52 185, Blatt 1)

4.2. Verbindungsmittel

4.2.1. Steckverbinder

Diese Verbinder wurden aus 1 mm dickem Stahlblech (St 37) durch Kaltverformung selbst hergestellt. Für die Bruchversuche wurden auch Verbinder mit 1,5 mm Blechdicke und 4 statt 3 Überlappungen gefertigt. Die Montage der Steckverbinder ist relativ einfach, da diese nur auf die Brettschmalseiten aufgesteckt werden müssen.

Um bei gleichen Abmessungen bessere Belastbarkeiten zu erreichen, wäre eine Herstellung aus hochwertigem Stahl denkbar.



4.2.2. Runder Verbandstift nach DIN 1156

Hier handelt es sich um einen beidseitig angespitzten Drahtstift, der im Handel in unterschiedlichen Abmessungen erhältlich ist. Für die Versuche wurden Stifte mit 60 mm Länge und 3 mm Dicke verwendet. Der Verbandstift wird zunächst in eine Brettschmalseite eingeschlagen, danach muß die Verbindung mit dem nächsten Brett durch kräftige Schläge auf die Brettkanten erfolgen. Die Montage ist natürlich - insbesondere am Bau - recht problematisch.

In seiner Natur ist der Verbandstift vergleichbar mit Stahlblechdübel[1] und Doppelnagel[2], die beide für die Versuche nicht zur Verfügung standen. Der Arbeitsausschuß beurteilte diese gesamte Verbindungsmittelgattung wegen der Montageschwierigkeiten als unwirtschaftlich.

4.2.3. Nut und Feder

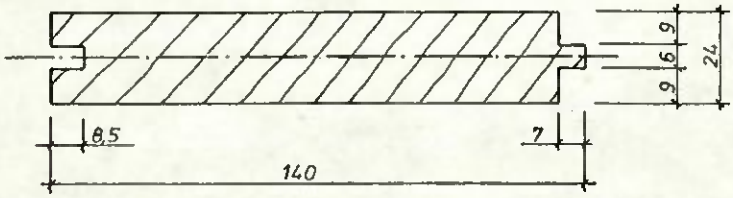
Durch die Verwendung von gespundeten Brettern ist eine Querverbindung der Bretter ohne weitere Hilfsmittel möglich. Für die Versuche wurden die abgebildeten 24mm Rauhspund-Bretter verwendet. Die Abmessungen der

---

1) Fa. Gebr. Wöhr, Eisenwerk, Unterkochen/Württ. (Herstellung eingestellt)
2) z.B. Möhler-Doppelnagel

Nut und Feder entsprachen der DIN 4072, abweichend hiervon wurden diese jedoch in Brettmitte angeordnet.

Bei größeren Schwindverformungen der Bretter muß bei der Montage mit Schwierigkeiten gerechnet werden, wenn Nut und Feder nicht angefast sind.

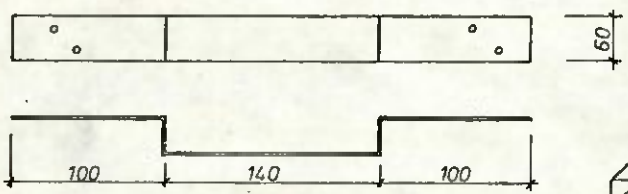


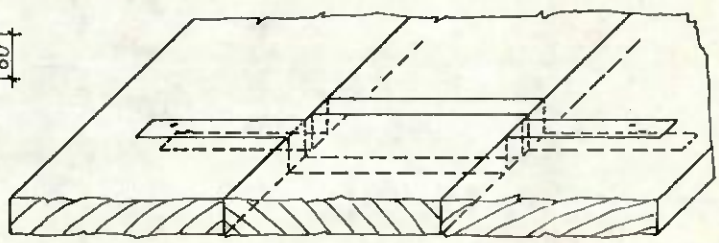
4.2.4. Verleimung

Neben den formschlüssigen Verbindungen gestattet natürlich auch die Verleimung eine Querverbindung der Einzelbretter. Um eine gute Festigkeit der Leimverbindung zu erreichen, müssen die Brettseiten gehobelt werden. Untersucht wurden einige mit Weißleim (PVAc-Leim) hergestellte Platten.

4.2.5. Blechband-Verbinder

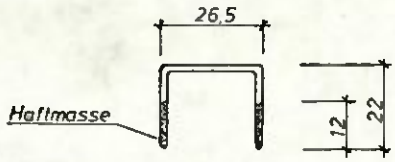
Dieses Verbindungsmittel wurde aus o,7 mm dicken Blechstreifen (St 37) selbst hergestellt und sollte im Bruchbereich Grenzwerte der Lastverteilung liefern. Montage äußerst problematisch!





4.2.6. Klammer-Verbindung

Von den im Handel erhältlichen Klammersystemen wurde die "Senco-Klammer" (Typ W 55562-78 vz CP [1]) mit 22 mm Schenkellänge für die Versuche benutzt. Die verzinkten Klammern werden mit einem speziellen Druckluftnagler eingetrieben und sind mit einer Haftmasse versehen. Gute Montageeigenschaften!

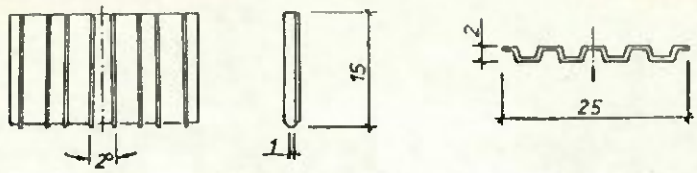


4.2.7. Wellennagel

Auch dieses Verbindungselement muß mit einem druckluftbetriebenen Nagelgerät eingetrieben werden. Verwendet wurde ein Wellennagel mit 15 mm Höhe und 25 mm Rückenbreite (Typ WM 1o [1]).

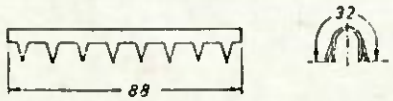
---

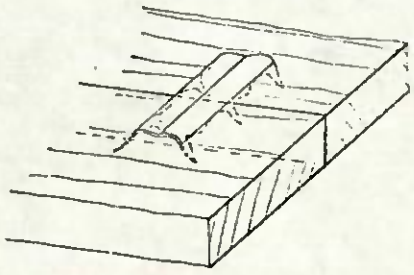
1) Vertrieb: Heinz Bühnen KG, 28 Bremen 1



4.2.8. Krallix-Holzverbinder

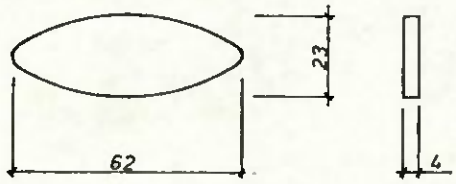
Unter dem Namen Krallix-Holzverbinder wird der unten abgebildete Verbinder von der Firma HVV (Holzbau-Verbinder-Vertrieb, Kiel) vertrieben. Einen ähnlichen Verbinder bietet auch Fa. Bierbach, Unna an. Aus montagetechnischen Gesichtpunkten wurde jedoch auf die Prüfung dieser Verbinder verzichtet, da hier eine schlagfeste Unterlage benötigt wird. In einem simulierten Versuch gelang es nicht, zwei frei gelagerte Bretter (l = 6o cm) mit diesem Verbindungsmittel zu verbinden.





4.2.9. Lamello-Feder

Die Lamello-Feder[1)] findet insbesondere im Möbelbau Verwendung. Der Vorteil dieser Federverbindung gegenüber einer Dübelverbindung ist die besonders einfache Montage. Für das Einfräsen der Nut gibt es im Handel eine spezielle Handfräse, die stets die exakten Nutabmessungen liefert. Da die Nutlänge etwas größer als die Federlänge ist, können die Werkstücke noch nach der Montage gegenseitig verschoben werden und in die richtige Position gebracht werden. Die Federn bestehen aus Buchenholz mit einem Faserverlauf rechtwinklig zur Längachse. Diese Federn sind in drei Größen lieferbar; für die Versuche wurden Federn der Größe"2o" verwendet. Die Federn wurden nicht eingeleimt!



---

1) Vertrieb: Fa. Papenbrock, 2o84 Rellingen 2

5. Versuchsaufbau, Art der Versuche

5.1. Vorbereitende Arbeiten

Die Feuchtigkeit der Versuchsbretter betrug im angelieferten Zustand ca. 3o-4o % (Einschnittfeuchtigkeit). Zur Trocknung wurde das für eine Versuchsreihe benötigte Holz 2-3 Tage im Prüfraum gelagert und anschließend für eine Woche in einen Normklimaraum gebracht. Die sich bei diesem Klima einstellende Holzfeuchtigkeit beträgt ca. 12%.

5.2. Bestimmung der Durchbiegung f_o bei den Einzelbrettern

In den Vorversuchen hatte sich gezeigt, daß bei den Kraft-Weg-Diagrammen im unteren Bereich[1] größere Abweichungen von der Linearität möglich sind (u.a. wegen der Verformungen durch die Trocknung). Aus diesem Grund wurde die Durchbiegung f_o erst ab einer recht hohen Vorlast von 25o bis 5oo N in jeweils zwei verschiedenen Lastbereichen ermittelt. Die Lastdifferenz betrug ΔP = 5oo N, die Vorschubgeschwindigkeit 5-1o mm/min. Als Rechenwert für f_o wurde der Mittelwert der Ergebnisse beider Lastbereiche festgesetzt. Bei größerer Streuung der Meßergebnisse wurde zusätzlich ein Last-Weg-Diagramm mitgeschrieben, um so durch "Linearisierung" einen Rechenwert für f_o zu bestimmen. Stark verwundene Bretter wurden durch Gegenlager zum satten Aufliegen gebracht, um den gleichen Zustand wie bei der späteren Plattenprüfung zu schaffen.

5.3. Zusammenbau der Platten

In den Hauptversuchen wurden innerhalb einer Platte nur Bretter mit annähernd gleicher Biegesteifigkeit verwendet. Die Differenzen der Durchbiegungen benachbarter Bretter betrug innerhalb einer Platte max. 1o-15 %, meist jedoch erheblich weniger. Die nach diesem Gesichtspunkt sortierten Bretter wurden jeweils zu Tafeln mit 3 und mit 6 Brettern unter Verwendung der zu prüfenden Verbindungsmittel verbunden. Bei dem Zusammenbau waren Fugen zwischen den Brettern bis zu 4 mm nicht zu vermeiden. Zur besseren Hantierbarkeit wurden die Bretter außerhalb des Feldbereiches mit Latten in ihrer Lage fixiert.

5.4. Prüfung der Verteilungsbreite im elastischen Bereich

Die beschriebenen Verbindungsmittel wurden bei Stützweiten von 7o, 9o und 12o cm geprüft. Hierzu wurden die Platten rechtwinklig zur

---

1) Bei l_s = 7o cm und d = 24 mm beginnt der "ideale" Bereich erst ab etwa 5oo N

Balkenachse ausgerichtet und auf die Auflager mit einem Gegenlager (Schneidenlagerung) festgespannt, damit eine negative Durchbiegung[1] ausgeschlossen ist und der Versuchsaufbau den Bedingungen in der Praxis ähnelt.

Die Meßpotentiometer an den Brettunterseiten wurden jeweils auf die Brettmittelpunkte ausgerichtet, die durch eingeschlagene Teppichnägel markiert waren. Dieser Nagel sollte auch Meßungenauigkeiten durch die Rauhigkeiten der Brettoberflächen ausschalten. In jeder Versuchsreihe wurden sechs 3-brettrige und drei 6-brettrige Tafeln geprüft. Die Versuche wurden mit einer Vorlast von 500 N bis zur Maximallast von $P \geq 1500$ N mit 5-7 mm/min Vorschub gefahren. Die Durchbiegung der verbundenen Bretter f_v wurde in 1/2 bei 1000 und 1500 N ermittelt, also wie bei den Einzelbrettern bei $\Delta P = 500$ N. Die Durchbiegung des belasteten Brettes wurde in Abhängigkeit von der Prüfkraft mit einem x-y-Schreiber festgehalten.

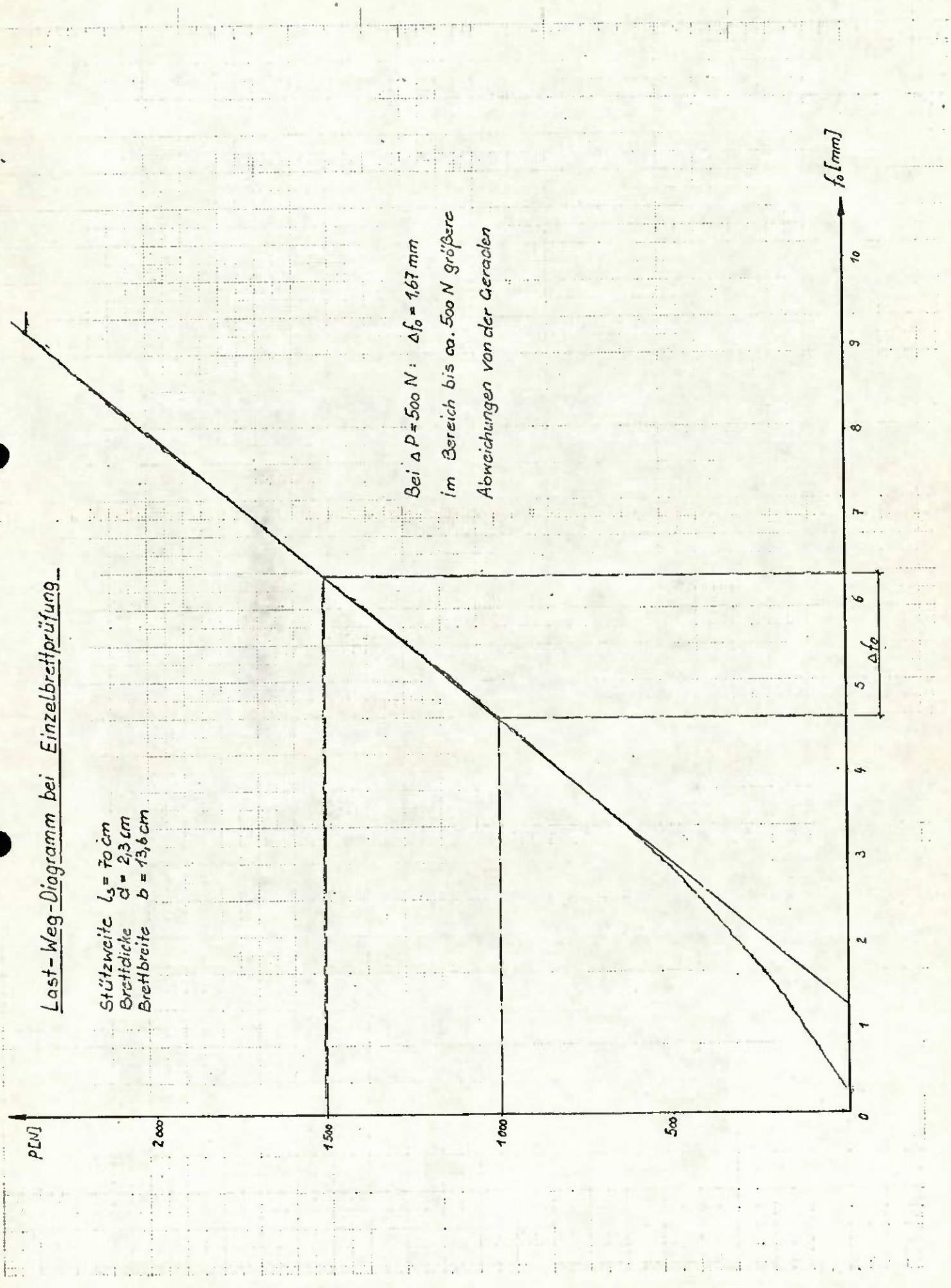
Bei den 3-brettrigen Platten wurde jedes Brett der Platte nacheinander belastet, so daß sich hier pro Versuchsreihe sechs Meßergebnisse für Mittelbrett- und 12 Ergebnisse für Randbrettbelastung ergaben. Bei den 6-brettrigen Tafeln wurden jeweils Brett 1,3,4 und 6 belastet; man konnte so also 6 Messungen für Randbelastung und 6 für Mittelbrettbelastung durchführen.[2]

Aus den Ergebnissen der Einzelbrettmessungen und Plattenprüfungen läßt sich nun die Lastverteilungsbreite c als Quotient $\frac{f_v}{f_1}$ darstellen.

In den folgenden Seiten sind einige Last-Weg-Funktionsdarstellungen des x-y-Schreibers bei Einzelbrett- und Plattenprüfungen wiedergegeben. Durch die Kurven wurden die theoretischen Geraden als Strichpunktlinie gelegt. Die auf der Abzisse angegebenen Verschiebungen sind jeweils auf ein $\Delta P = 500$ N bezogen.

---

1) Bei früheren Versuchen ohne Gegenlager zeigte sich, daß bei der Belastung eines Randbrettes wegen der unvermeidlichen Verwindung der Platten am anderen Randbrett eine negative Durchbiegung entsteht.
2) Hierbei ist vorausgesetzt, daß ab einer Plattenbreite = 5 b die Lastverteilungsbreite konstant bleibt.


Last-Weg-Diagramm bei Einzelbrettprüfung
Stützweite l_s = 70 cm
Brettdicke d = 2,3 cm
Brettbreite b = 13,6 cm
Bei Δ P = 500 N : Δf_0 = 1,67 mm
im Bereich bis ca. 500 N größere
Abweichungen von der Geraden
P[N]
2 000
1 500
1 000
500
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
f_0 [mm]
Δf_0

Platte Nr. 6 (3×14cm)

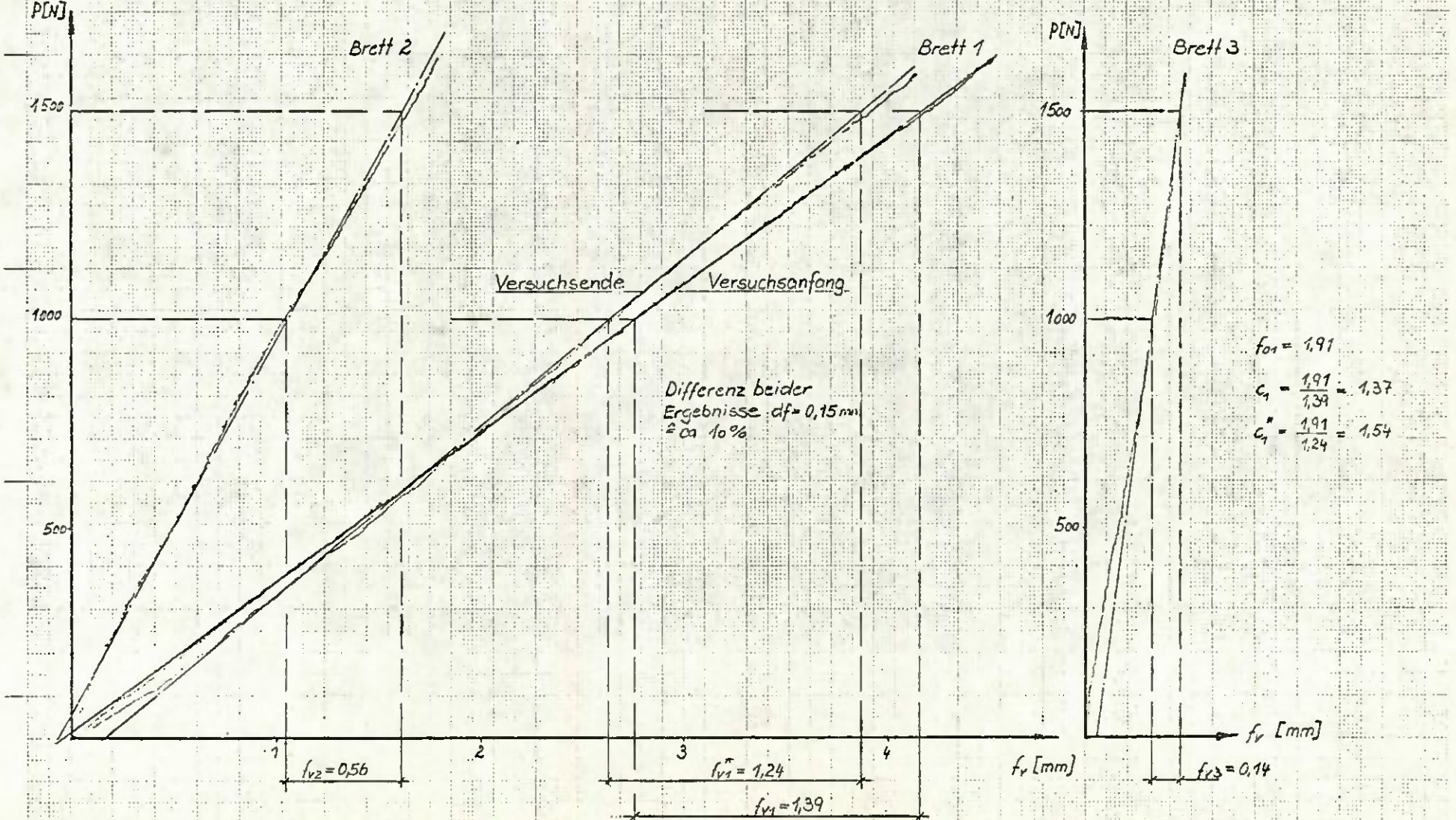
Verbindung: Steckverbinder

Stützweite: $l_s = 70\,cm$
Brettdicke: $d = 2{,}3\,cm$
Brettbreite: $b \approx 13{,}5\,cm$
Holzfeuchte: $u = 13\,\%$

Versuchsreihe Nr. 1.1.a.

Last-Weg-Diagramm bei Plattenprüfung

Randbrett (Nr. 1) belastet



Platte Nr.3 (3x14cm)

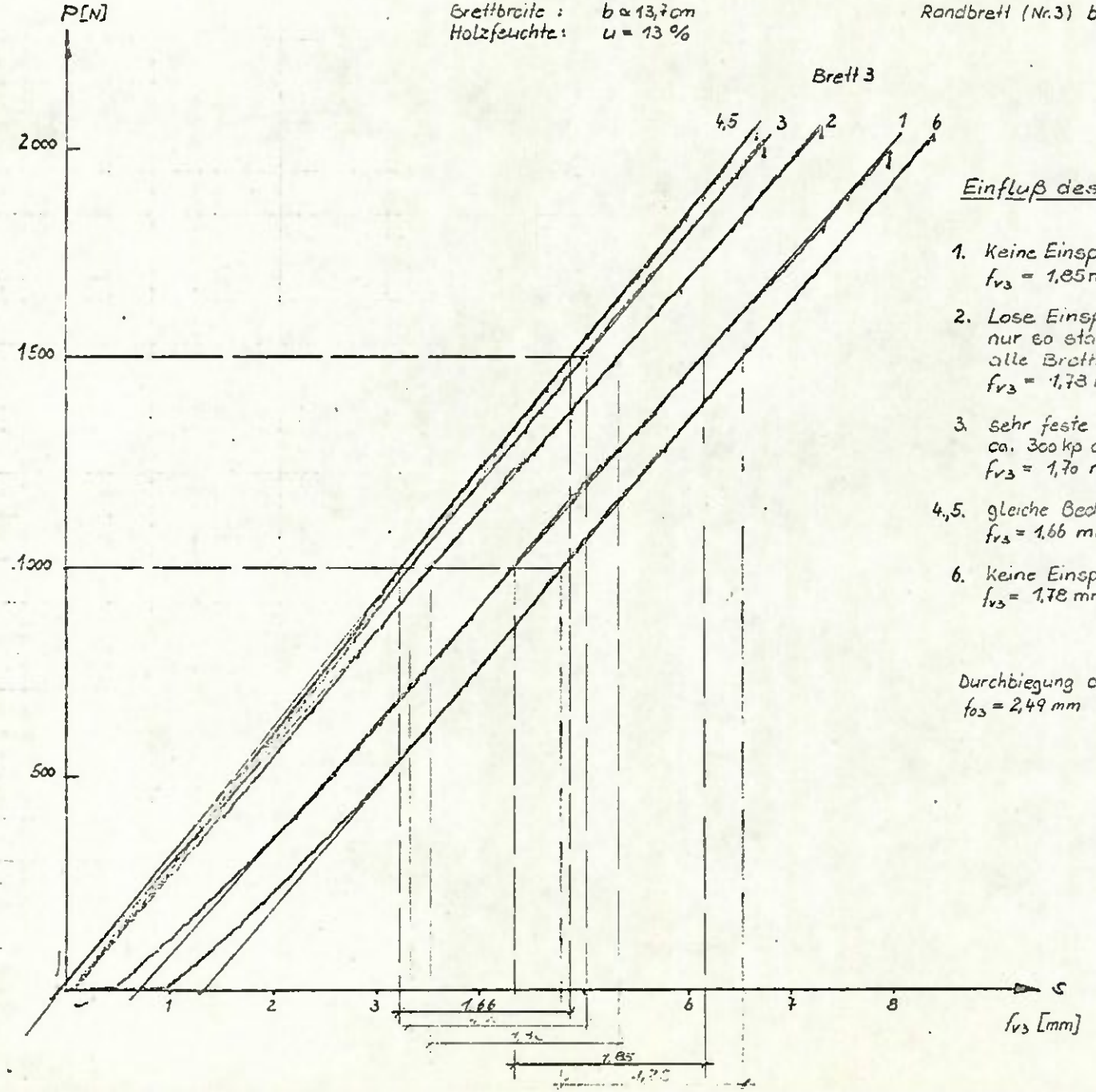
Verbindung: Verbandstift DIN 1156

Stützweite: l_s = 70 cm
Brettdicke: d = 2,3 cm
Brettbreite: b ≈ 13,7 cm
Holzfeuchte: u = 13 %

Versuchsreihe Nr. 1.2.a.

Last-Weg-Diagramm bei Plattenprüfung

Randbrett (Nr.3) belastet



Einfluß des Gegenlagers

1. Keine Einspannung (Versuchsanfang)
   f_{v3} = 1,85 mm
2. Lose Einspannung; Gegenlager wurde nur so stark aufgepresst, daß gerade alle Bretter gut aufliegen
   f_{v3} = 1,78 mm
3. sehr feste Einspannung; Gegenlager mit ca. 300 kp aufgespannt.
   f_{v3} = 1,70 mm
4,5. gleiche Bedingungen wie bei 3.
   f_{v3} = 1,66 mm
6. Keine Einspannung (Versuchsende)
   f_{v3} = 1,78 mm

Durchbiegung des unverbundenen Brettes
f_{03} = 2,49 mm

Platte Nr. 2 (6×14cm)

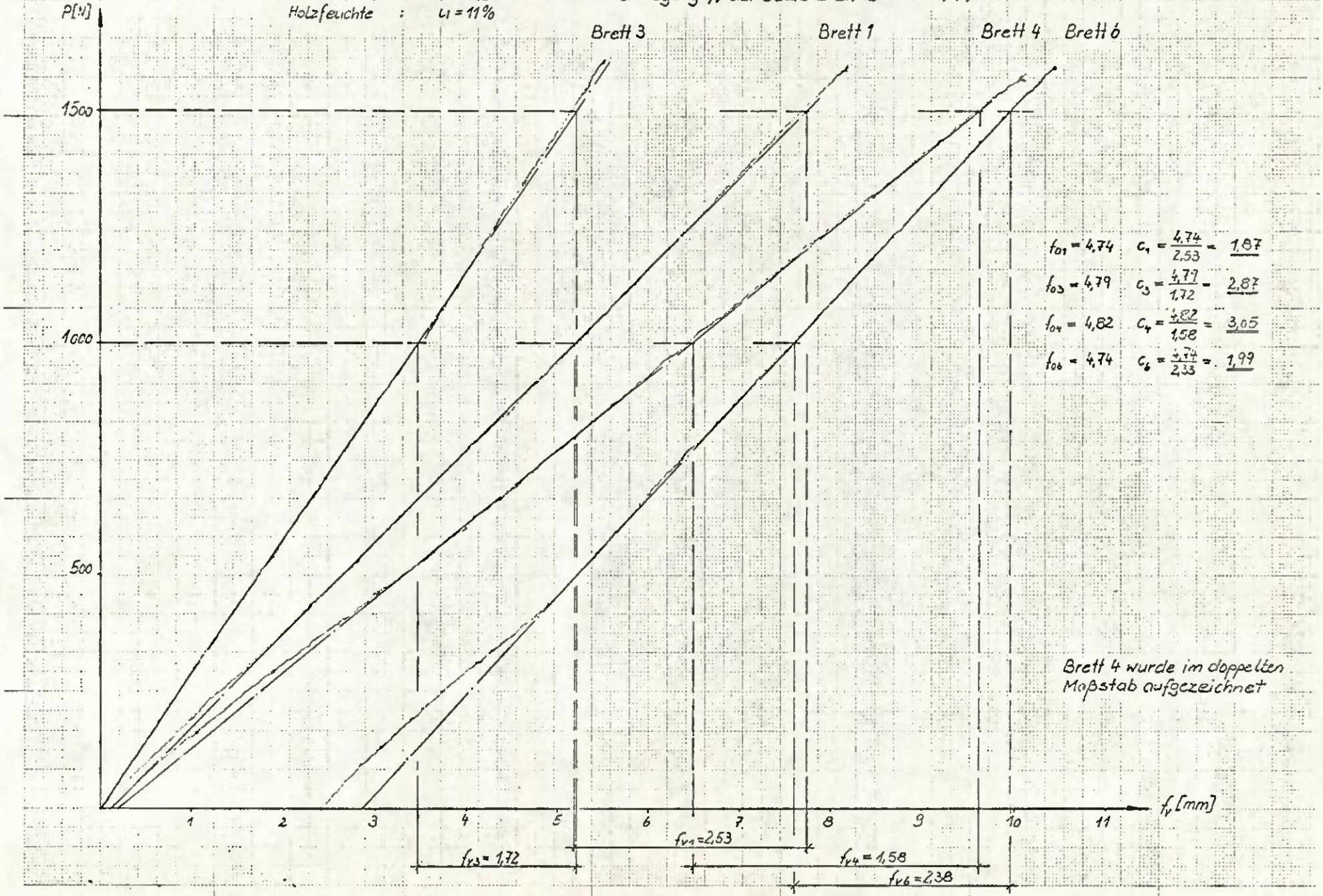
Verbindung : Rauhspund

Stützweite : $l_s = 90$ cm
Brettdicke : $d = 2{,}3$ cm
Holzfeuchte : $u = 11\%$

Versuchsreihe 2.3.b.

Last-Weg-Diagramm P-f_v

Nur Durchbiegung f_v der belasteten Bretter 1,3,4,6



$f_{01} = 4{,}74$ $c_1 = \frac{4{,}74}{2{,}53} = \underline{1{,}87}$

$f_{03} = 4{,}79$ $c_3 = \frac{4{,}79}{1{,}72} = \underline{2{,}87}$

$f_{04} = 4{,}82$ $c_4 = \frac{4{,}82}{1{,}58} = \underline{3{,}05}$

$f_{06} = 4{,}74$ $c_6 = \frac{4{,}74}{2{,}33} = \underline{1{,}99}$

Brett 4 wurde im doppelten Maßstab aufgezeichnet

Platte Nr. 2 (3x14cm)

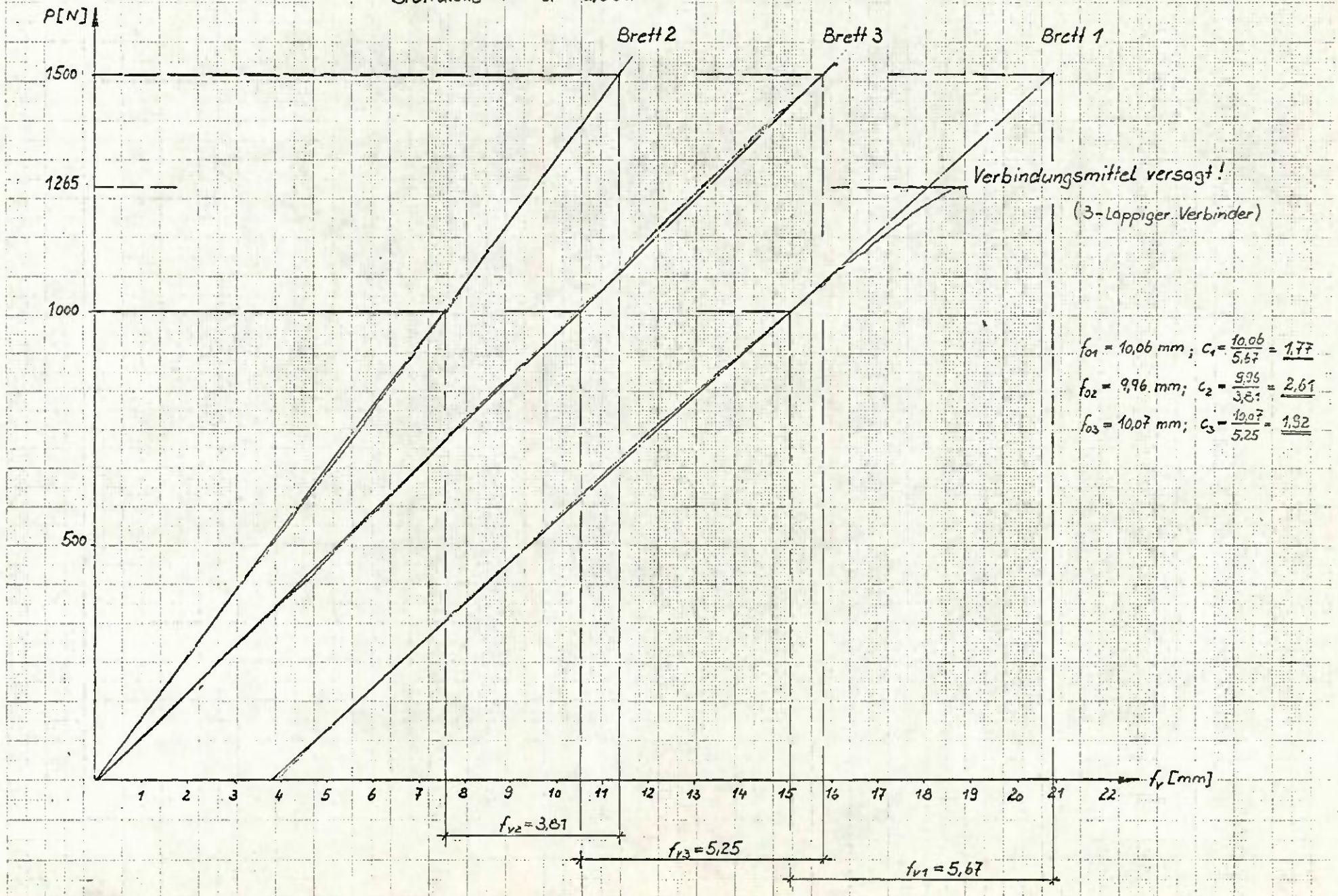
Verbindung : Steckverbinder, s = 1,0 mm

Stützweite : l_s = 120 cm
Brettdicke : d = 2,3 cm

Versuchsreihe 3.1.a.

Last-Weg-Diagramm P-f_v

Nur Durchbiegung des belasteten Brettes 1,2,3 !



5.5. Bruchprüfungen

Um in Hinblick auf die erforderliche Sicherheit eine Aussage über die maximale Belastbarkeit der mit den Verbindungsmitteln hergestellten Tafeln zu treffen, wurden zusätzlich Versuche im Bruchbereich durchgeführt.

Die Platten wurden wie bei den Prüfungen im elastischen Bereich in 1/2 mit dem Laststempel und Druckplatte belastet. Auf das obere Gegenlager konnte hier verzichtet werden, da eine eventuelle Krümmung der Platten bei den größeren Lasten ohne Bedeutung ist.

Bei einer Vorschubgeschwindigkeit von 2o mm/min wurden die Platten jeweils von der Laststufe o bis zur Bruchlast des belasteten Brettes oder bis zum eindeutigen Versagen des Verbindungsmittels belastet. Die Meßpotentiometer mußten bei dieser Prüfung wegen der Gefahr der Meßbereichsüberschreitung entfernt werden. Aus diesem Grund konnten keine Last-Weg-Diagramme aufgezeichnet werden. Hier bestand jedoch die Möglichkeit, eine Last-Zeit-Funktion mit dem Oszilloskop aufzunehmen, die wegen des konstanten Vorschubs der Last-Weg-Funktion annähernd entspricht. Das Bruchverhalten der Prüfkörper wurde zusätzlich durch Fotographien festgehalten.

Eine exakte Bestimmung der Lastverteilungsbreite c als Quotient $\frac{P_v}{P_o}$ ist bei den Bruchversuchen nicht möglich, da die Bruchlast des unverbundenen Brettes P_o nicht bekannt ist. Bei der Berechnung der Bruchlast P_o wurde die in der DIN 68 364 angegebene Bruchfestigkeit von 68 N/mm^2 für Fichte angesetzt. In eigenen Versuchen wurde bei 1o Einzelbrettern eine Bruchfestigkeit von 66 N/mm^2 festgestellt ($\bar{x}$=66 N/mm^2, v=12 %).

Für die Bruchversuche wurden nur Bretter mit 14 cm Breite (Einschnittbreite) verwendet. Die Holzfeuchtigkeit der Prüfkörper lag zwischen 11 und 13 %.

6. Versuchsergebnisse

6.1. Elastischer Bereich

6.1.1. Versuchsprotokolle

Die Einteilung der Versuchsreihen wurde nach den Parametern Stützweite, Brettdicke, Verbindungsmittel und Plattenbreite vorgenommen; und zwar mit der Kennzeichnung durch 2 Ziffern und den Buchstaben a und b. Die erste Ziffer gibt die Brettdicke und die Stützweite an, die zweite das Verbindungsmittel. Die 3-brettrigen Platten wurden mit a., die 6-brettrigen mit b. gekennzeichnet.

Zahlenschlüssel:

1. Ziffer		2. Ziffer
1. :	Stützweite 7o cm, Brettdicke 24 mm	1. : Steckverbinder
2. :	" 9o cm, " 24 mm	2. : Verbandstift
3. :	" 12o cm, " 24 mm	3. : Rauhspund
4. :	" 7o cm, " 22 mm	4. : Verleimung
5. :	" 7o cm, " 18 mm	5. : Lamello-Feder

Bei einer Kennzeichnung mit 1.3.b. handelt es sich also um eine 3-brettrige Platte mit 24 mm Rauhspund-Brettern der Stützweite 7o cm.

In den folgenden Versuchsprotokollen sind jeweils die Durchbiegungen (mm) zufolge der Belastung mit 5oo N in $\frac{1}{2}$ angegeben, und zwar in der dritten Spalte zunächst die Durchbiegung des unverbundenen belasteten Einzelbrettes f_{ob} , in den weiteren dann die Durchbiegungen der verbundenen Bretter f_{vi} und in den beiden letzten Spalten die errechneten c-Werte. Bei Randbelastung wurden diese mit c_R gekennzeichnet, bei mittiger Belastung mit c_M .

Für die Versuche 4.1. bis 5.1. sind in den Tabellen nur die Durchbiegungen der Mittelbretter angegeben. Auf eine Randbrettbelastung wurde hier verzichtet.

Versuchsreihe Nr. 1.1.

Stützweite l = 7o cm
Brettdicke d = 2,4 cm
Holzfeuchte u = 13 %

Verbindungsmittel: Steckverbinder
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	1,6o	1,oo	o,41	o,16		1,6o
	" 2	1,62	o,42	o,77	o,69	2,1o	
	" 3	1,81	o,12	o,46	1,13		1,6o
2	Brett 1	1,67	1,21	o,38	o,o9		1,38
	" 2	1,62	o,41	o,73	o,46	2,22	
	" 3	1,67	o,1o	o,42	1,12		1,49
3	Brett 1	1,83	1,16	o,51	o,14		1,58
	" 2	1,7o	o,48	o,77	o,48	2,21	
	" 3	1,79	o,o9	o,44	1,27		1,41
4	Brett 1	2,o1	1,41	o,51	-		1,43
	" 2	2,oo	o,5o	o,96	o,44	2,o8	
	" 3	2,o1	o,13	o,46	1,37		1,47
5	Brett 1	1,58	1,o9	o,47	o,o9		1,45
	" 2	1,53	o,42	o,73	o,4o	2,1o	
	" 3	1,56	o,o8	o,4o	1,o6		1,47
6	Brett 1	1,91	1,24	o,56	o,14		1,54
	" 2	2,14	o,58	o,89	o,6o	2,4o	
	" 3	1,97	o,o9	o,57	1,34		1,47
Mittelwert						2,19	1,49
Variationskoeffizient [%]						5,55	4,94

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	1,67	1,17	o,38	o,13	o,o4	-	-		1,43
	" 3	1,69	o,12	o,39	o,83	o,37	-	-	2,o4	
	" 4	1,76	-	-	o,39	o,82	o,36	o,14	2,15	
	" 6	1,67	-	-	o,o2	o,1o	o,41	1,17		1,43
2	Brett 1	1,74	1,36	o,45	o,19	o,o6	-	-		1,28
	" 3	1,87	o,18	o,41	o,78	o,43	-	-	2,4o	
	" 4	1,78	-	-	o,37	o,82	o,41	o,12	2,17	
	" 6	1,97	-	-	o,o6	o,13	o,52	1,o7		1,84*
3	Brett 1	1,78	1,2o	o,48	o,o8	o,o2	-	-		1,48
	" 3	1,76	o,o8	o,37	o,76	o,42	-	-	2,32	
	" 4	1,74	-	-	o,37	o,87	o,4o	o,1o	2,oo	
	" 6	1,76	-	-	o,o2	o,1o	o,44	1,12		1,57
Mittelwert									2,18	1,44
Variationskoeffizient [%]									6,o9	7,32

* Wert wurde ausgeschieden!

Versuchsreihe Nr. 1.2.

Stützweite l = 7o cm
Brettdicke d = 2,4 cm
Holzfeuchte u = 13 %

Verbindungsmittel: Verbandstift DIN 1156
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	1,62	1,18	o,44	o,o9		1,37
	" 2	1,83	o,44	o,89	o,45	2,o6	
	" 3	1,6o	o,o6	o,42	1,24		1,29
2	Brett 1	1,51	1,15	o,4o	o,o9		1,31
	" 2	1,6o	o,46	o,75	o,42	2,13	
	" 3	1,5o	o,o8	o,37	1,13		1,33
3	Brett 1	2,45	1,62	o,67	o,19		1,51
	" 2	2,55	o,7o	1,5o	o,64	1,7o	
	" 3	2,49	o,17	o,62	1,79		1,39
4	Brett 1	2,1o	1,61	o,56	o,17		1,3o
	" 2	2,2o	o,56	1,16	o,59	1,9o	
	" 3	2,15	o,19	o,54	1,46		1,47
5	Brett 1	1,8o	1,35	o,48	o,12		1,33
	" 2	1,8o	o,5o	o,9o	o,47	2,oo	
	" 3	1,8o	o,11	o,46	1,19		1,51
6	Brett 1	2,11	1,42	o,47	o,15		1,49
	" 2	2,oo	o,46	1,o4	o,5o	1,92	
	" 3	2,oo	o,15	o,52	1,37		1,46
	Mittelwert					1,95	1,4o
	Variationskoeffizient [%]					7,7o	6,17

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	1,8o	1,23	o,42	o,o9	-	-	o,o2		1,46
	" 3	1,9o	o,o8	o,43	o,95	o,35	-	-	2,oo	
	" 4	1,9o	-	o,o6	o,35	o,86	o,43	-	2,21	
	" 6	1,8o	-	-	o,o5	o,14	o,43	1,44		1,25
2	Brett 1	1,7o	1,21	o,49.	o,14	o,o6	-	-		1,4o
	" 3	1,7o	o,o6	o,4o	o,94	o,33	-	-	1,81	
	" 4	1,7o	-	-	o,32	o,89	o,33	o,11	1,91	
	" 6	1,7o	-	-	o,o5	o,14	o,44	1,29		1,32
3	Brett 1	1,97	1,35	o,48	o,15	o,o5	-	-		1,46
	" 3	2,o1	-	o,4o	1,1o	o,4o	o,o8	-	1,83	
	" 4	1,87	-	o,1o	o,4o	1,o7	o,37	-	1,75	
	" 6	1,74	-	-	o,o4	o,13	o,49	1,o9		1,6o
	Mittelwert								1,92	1,42
	Variationskoeffizient [%]								8,71	8,64

Versuchsreihe Nr. 1.3.

Stützweite l = 7o cm
Brettdicke d = 2,4 cm
Holzfeuchte u = 11 %

Verbindungsmittel: Rauhspund
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	2,o8	1,33	o,65	o,2o		1,56
	" 2	2,11	o,58	o,97	o,64	2,18	
	" 3	2,o8	o,21	o,61	1,33		1,56
2	Brett 1	2,2o	1,23	o,72	o,31		1,79
	" 2	2,22	o,61	o,97	o,66	2,29	
	" 3	2,19	o,27	o,66	1,24		1,77
3	Brett 1	2,25	1,42	o,7o	o,26		1,58
	" 2	2,26	o,62	1,oo	o,64	2,26	
	" 3	2,24	o,22	o,61	1,4o		1,6o
4	Brett 1	2,46	1,32	o,76	o,33		1,86
	" 2	2,48	o,67	1,o3	o,75	2,41	
	" 3	2,45	o,32	o,77	1,31		1,87
5	Brett 1	2,94	1,62	o,94	o,4o		1,81
	" 2	3,o3	o,88	1,27	o,88	2,39	
	" 3	2,94	o,38	o,84	1,62		1,81
6	Brett 1	2,88	1,74	o,98	o,33		1,66
	" 2	2,91	o,87	1,21	o,91	2,4o	
	" 3	2,84	o,36	o,81	1,67		1,7o
Mittelwerte						2,32	1,71
Variationskoeffizient [%]						4,o2	6,91

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	2,36	1,4o	o,69	o,24	o,11	o,o3	o,oo		1,69
	" 3	2,3o	o,19	o,52	o,87	o,55	o,19	o,1o	2,64	
	" 4	2,3o	o,1o	o,18	o,47	o,89	o,52	o,22	2,58	
	" 6	2,36	o,oo	o,oo	o,o8	o,21	o,56	1,35		1,75
2	Brett 1	2,44	1,29	o,7o	o,26	o,1o	o,o4	o,oo		1,89
	" 3	2,39	o,25	o,52	o,9o	o,59	o,19	o,11	2,65	
	" 4	2,4o	o,o9	o,15	o,52	1,o3	o,51	o,2o	2,33	
	" 6	2,43	o,oo	o,o4	o,1o	o,23	o,61	1,4o		1,73
3	Brett 1	2,73	1,51	o,82	o,31	o,13	o,o4	o,oo		1,81
	" 3	2,57	o,29	o,57	1,14	o,61	o,2o	o,11	2,25	
	" 4	2,61	o,15	o,23	o,56	1,o6	o,6o	o,28	2,46	
	" 6	2,76	o,oo	o,o2	o,11	o,28	o,75	1,64		1,68
Mittelwerte									2,79	1,76
Variationskoeffizient [%]									6,74	4,53

Versuchsreihe Nr. 1.4.

Stützweite l = 7o cm
Brettdicke d = 2,4 cm
Holzfeuchte u = 12 %

Verbindungsmittel: PVAC - Verleimung
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	1,99	1,14	o,53	o,21		1,75
	" 2	1,96	o,53	o,92	o,55	2,13	
	" 3	1,99	o,22	o,55	1,16		1,72
2	Brett 1	2,16	1,1o	o,55	o,2o		1,96
	" 2	2,o4	o,5o	o,92	o,53	2,22	
	" 3	2,o1	o,19	o,55	1,18		1,7o
3	Brett 1	2,o5	1,26	-	-		1,63
	" 2	2,o5	-	o,8o	-	2,56	
	" 3	2,o6	-	-	1,26		1,63
4	Brett 1	3,15	1,63	o,86	o,42		1,93
	" 2	3,o2	o,85	1,35	o,85	2,24	
	" 3	3,13	o,35	o,81	1,94		1,61
5	Brett 1	3,1o	1,8o	-	-		1,72
	" 2	3,21	-	1,31	-	2,45	
	" 3	3,16	-	-	1,68		1,88
6	Brett 1	3,69	1,99	1,o8	o,52		1,85
	" 2	3,53	1,1o	1,36	1,12	2,6o	
	" 3	3,7o	o,54	1,o7	1,85		2,oo
Mittelwert						2,37	1,78
Variationskoeffizient						8,29	7,69

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	2,25	1,31	o,65	o,2o	o,o7	o,o2	o,o1		1,72
	" 3	2,19	o,21	o,48	o,76	o,52	o,16	o,o9	2,88	
	" 4	2,2o	o,o6	o,16	o,5o	1,oo	o,46	o,2o	2,2o	
	" 6	2,37	o,oo	o,oo	o,o6	o,19	o,57	1,4o		1,69
2	Brett 1	2,64	1,41	o,72	o,26	o,11	o,o3	o,o1		1,87
	" 3	2,45	o,25	o,58	o,89	o,6o	o,2o	o,11	2,75	
	" 4	2,39	o,o8	o,2o	o,54	1,11	o,54	o,25	2,15	
	" 6	2,64	o,oo	o,o2	o,o8	o,28	o,72	1,46		1,81
3	Brett 1	2,84	1,54	-	-	-	-	-		1,84
	" 3	2,66	-	-	1,18	-	-	-	2,25	
	" 4	2,62	-	-	-	1,13	-	-	2,32	
	" 6	2,97	-	-	-	-	-	1,56		1,87
Mittelwert									2,43	1,8o
Variationskoeffizient									12,8	4,3o

Versuchsreihe Nr. 2.1.

Stützweite l = 90 cm Verbindungsmittel: Steckverbinder
Brettdicke d = 2,4 cm Belastung jeweils mit ΔP = 0,5 kN
Holzfeuchte u = 11 % Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	3,30	2,08	0,86	0,26		1,59
	" 2	2,95	0,84	1,28	0,84	2,30	
	" 3	3,19	0,24	0,81	2,06		1,55
2	Brett 1	3,52	2,31	1,05	0,42		1,52
	" 2	3,90	1,11	1,57	1,13	2,48	
	" 3	3,67	0,27	1,08	2,43		1,51
3	Brett 1	3,94	2,45	1,18	0,52		1,61
	" 2	4,23	1,19	1,71	1,28	2,47	
	" 3	4,02	0,38	1,18	2,60		1,55
4	Brett 1	6,91	3,87	1,97	0,90		1,79
	" 2	6,60	2,08	2,62	2,00	2,52	
	" 3	6,82	0,90	1,92	3,66		1,86
5	Brett 1	8,02	4,51	2,44	1,19		1,78
	" 2	8,10	2,25	3,02	2,32	2,68	
	" 3	8,00	1,29	2,19	3,91		2,05
6	Brett 1	7,32	1)	1)	1)		1)
	" 2	7,51	1,93	2,75	2,16	2,73	
	" 3	7,21	0,94	2,00	3,70		1,95
	Mittelwert					2,53	1,71
	Variationskoeffizient [%]					6,16	11,1

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	4,26	2,62	1,41	0,35	0,12	0,04	0,00		1,63
	" 3	4,34	0,36	0,96	1,68	1,01	0,35	0,11	2,58	
	" 4	4,34	0,09	0,22	0,86	1,70	1,14	0,31	2,55	
	" 6	4,22	0,00	0,03	0,09	0,30	1,11	2,43		1,74
2	Brett 1	4,47	2,77	1,22	0,53	0,22	0,04	0,00		1,61
	" 3	4,85	0,50	1,08	1,75	1,02	0,30	0,15	2,77	
	" 4	4,72	0,16	0,34	0,99	1,73	1,02	0,45	2,73	
	" 6	4,41	0,00	0,08	0,14	0,45	1,22	2,39		1,85
3	Brett 1	5,58	3,01	1,73	0,64	0,21	0,13	0,00		1,85
	" 3	5,90	0,62	1,29	2,14	1,19	0,46	0,17	2,76	
	" 4	5,89	0,25	0,47	1,14	1,98	1,35	0,55	2,97	
	" 6	5,46	0,00	0,05	0,23	0,66	1,38	2,70		2,02
	Mittelwert								2,73	1,78
	Variationskoeffizient [%]								5,56	8,70

1) Verbindungsmittel versagt bei P ≥ 1000 N

Versuchsreihe Nr. 2.2.

Stützweite l = 90 cm Verbindungsmittel: Verbandstift DIN 1156
Brettdicke d = 2,4 cm Belastung jeweils mit ΔP = 0,5 kN
Holzfeuchte u = 12 % Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	3,30	2,04	0,89	0,27		1,62
	" 2	2,98	0,89	1,30	0,91	2,29	
	" 3	3,19	0,27	0,83	2,05		1,56
2	Brett 1	3,52	2,18	1,00	0,41		1,61
	" 2	3,90	1,07	1,57	1,03	2,48	
	" 3	3,67	0,37	0,96	2,41		1,52
3	Brett 1	3,94	2,54	1,08	0,46		1,55
	" 2	4,23	1,15	1,75	1,23	2,42	
	" 3	4,02	0,37	1,08	2,58		1,56
4	Brett 1	6,97	3,70	1,91	0,96		1,87
	" 2	6,40	1,96	2,68	2,00	2,46	
	" 3	6,55	0,96	1,96	3,95		1,73
5	Brett 1	8,02	4,22	2,32	1,40		1,90
	" 2	8,10	2,12	3,16	2,32	2,56	
	" 3	8,00	1,25	2,09	4,02		1,99
6	Brett 1	7,02	4,09	1,99	0,99		1,72
	" 2	7,44	1,99	2,97	1,97	2,51	
	" 3	6,97	1,12	1,90	3,80		1,83
Mittelwert						2,45	1,71
Variationskoeffizient [%]						3,79	9,35

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	4,26	2,58	1,29	0,35	0,10	0,04	0,00		1,65
	" 3	4,34	0,29	0,92	1,73	0,94	0,28	0,12	2,46	
	" 4	4,34	0,11	0,21	0,93	1,81	0,86	0,29	2,40	
	" 6	4,22	0,00	0,02	0,08	0,31	1,16	2,53		1,67
2	Brett 1	4,47	2,50	1,06	0,45	0,18	0,05	0,00		1,79
	" 3	4,76	0,54	0,98	1,59	0,88	0,33	0,20	2,99	
	" 4	4,72	0,19	0,36	0,86	1,66	0,94	0,43	2,84	
	" 6	4,41	0,00	0,06	0,17	0,45	1,12	2,56		1,72
3	Brett 1	5,58	3,04	1,52	0,63	0,26	0,08	0,00		1,84
	" 3	5,90	0,55	1,19	2,12	1,12	0,44	0,23	2,78	
	" 4	5,89	0,22	0,39	1,06	2,10	1,25	0,53	2,80	
	" 6	5,46	0,00	0,06	0,24	0,64	1,44	2,91		1,88
Mittelwert									2,71	1,76
Variationskoeffizient [%]									8,52	5,30

Versuchsreihe Nr. 2.3.

Stützweite l = 9o cm Verbindungsmittel: Rauhspund
Brettdicke d = 2,4 cm Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Holzfeuchte u = 11 % Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	4,27	2,38	1,41	o,63		1,79
	" 2	4,4o	1,27	1,74	1,38	2,53	
	" 3	4,37	o,56	1,33	2,48		1,76
2	Brett 1	4,97	2,82	1,53	o,72		1,76
	" 2	5,o3	1,45	2,oo	1,47	2,52	
	" 3	4,99	o,69	1,48	2,83		1,76
3	Brett 1	5,o5	2,66	1,61	o,92		1,9o
	" 2	5,12	1,53	1,98	1,63	2,59	
	" 3	5,o8	o,9o	1,59	2,49		2,o4
4	Brett 1	5,17	2,76	1,6o	o,76		1,87
	" 2	5,26	1,58	1,89	1,62	2,78	
	" 3	5,21	o,78	1,49	2,67		1,95
5	Brett 1	5,66	3,o7	1,79	o,96		1,84
	" 2	6,o9	1,77	2,14	1,78	2,85	
	" 3	5,69	o,99	1,72	2,93		1,94
6	Brett 1	6,13	3,38	1,9o	1,o6		1,81
	" 2	6,48	1,78	2,36	1,98	2,75	
	" 3	6,27	1,o5	1,91	3,o3		2,o7
Mittelwert						2,67	1,87
Variationskoeffizient [%]						5,28	5,76

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	4,61	2,39	1,44	o,55	o,24	o,o3	o,oo		1,93
	" 3	4,71	o,47	o,91	1,68	1,o4	o,4o	o,23	2,8o	
	" 4	4,7o	o,22	o,4o	o,95	1,67	o,99	o,46	2,81	
	" 6	4,72	o,oo	o,o9	o,21	o,52	1,29	2,56		1,84
2	Brett 1	4,74	2,53	1,39	o,53	o,19	o,o9	o,o3		1,87
	" 3	4,79	o,46	o,96	1,72	1,o2	o,4o	o,21	2,78	
	" 4	4,82	o,21	o,39	o,98	1,58	1,o8	o,51	3,o5	
	" 6	4,74	o,oo	o,o7	o,19	o,44	1,22	2,38		1,99
3	Brett 1	5,52	2,8o	1,57	o,69	o,35	o,18	o,o8		1,97
	" 3	5,6o	o,62	1,15	1,98	1,22	o,54	o,34	2,83	
	" 4	5,64	o,33	o,59	1,26	1,77	1,24	o,64	3,19	
	" 6	5,49	o,o4	o,14	o,33	o,67	1,34	2,64		2,o8
Mittelwert									2,91	1,95
Variationskoeffizient [%]									5,82	4,46

Versuchsreihe Nr. 3.1.

Stützweite l = 12o cm Verbindungsmittel: Steckverbinder
Brettdicke d = 2,4 cm Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Holzfeuchte u = 15 % Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	8,32	4,67	2,33	1,11		1,78*
	" 2	8,19	2,3o	3,2o	2,51	2,56	
	" 3	8,13	1,13	2,35	4,41		1,84
2	Brett 1	1o,o6	5,67	2,84	1,34		1,77*
	" 2	9,96	2,86	3,81	2,99	2,61	
	" 3	1o,o7	1,39	2,91	5,25		1,92
3	Brett 1	1o,35	5,53	2,85	1,49		1,87*
	" 2	1o,oo	3,o9	4,oo	3,16	2,5o	
	" 3	1o,6o	1,44	2,89	5,66		1,87
4	Brett 1	1o,51	5,55	3,1o	1,66		1,89
	" 2	1o,45	3,27	3,81	3,16	2,74	
	" 3	1o,52	1,66	3,o4	5,12		2,o5
5	Brett 1	16,6o	7,95	4,52	2,7o		2,o9*
	" 2	16,4o	4,61	6,o3	5,o7	2,72	
	" 3	16,9o	2,53	4,8o	7,73		2,19
6	Brett 1	18,o7	9,o5	5,18	3,14		2,oo*
	" 2	18,o1	5,53	6,14	5,33	2,93	
	" 3	16,46	2,92	4,98	9,16		2,o2
Mittelwert						2,68	1,94
Variationskoeffizient [%]						5,77	6,67

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{ob}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	11,45	5,64	3,23	1,24	o,46	o,17	o,o4		2,o3
	" 3	1o,47	1,o4	2,35	3,5o	2,33	o,87	o,4o	2,99	
	" 4	1o,89	o,49	1,o3	2,18	3,43	2,37	1,46	3,17	
	" 6	11,34	o,oo	o,22	o,52	1,46	3,18	5,65		2,o1
2	Brett 1	12,43	6,15	3,49	1,23	o,47	o,13	o,oo		2,o1
	" 3	1o,64	1,24	2,58	3,51	2,44	o,92	o,57	3,o3	
	" 4	12,o8	o,45	o,82	2,29	3,67	2,74	1,56	3,29	
	" 6	12,34	o,o4	o,12	o,44	1,28	3,28	6,24		1,98
3	Brett 1	12,72	6,5o	3,96	1,65	o,67	o,3o	o,2o		1,96
	" 3	12,78	1,73	2,79	3,92	2,54	1,19	o,74	3,26	
	" 4	12,75	o,75	1,16	2,57	3,64	2,8o	1,7o	3,5o	
	" 6	13,84	o,o6	o,28	o,66	1,58	3,76	6,61		2,o9
Mittelwert									3,21	2,o1
Variationskoeffizient [%]									5,83	2,24

* Verbindungsmittel versagt bei Belastung von Randbrett Nr. 1 bei Lasten von P ≥ 1ooo N

Versuchsreihe Nr. 3.2.

Stützweite l = 12o cm Verbindungsmittel: Verbandstift DIN 1156
Brettdicke d = 2,4 cm Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Holzfeuchte u = 12 % Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	8,32	4,47	2,36	1,17		1,86
	" 2	8,19	2,34	3,18	2,46	2,58	
	" 3	8,13	1,13	2,24	4,47		1,82
2	Brett 1	1o,o6	5,33	2,85	1,56		1,89
	" 2	9,96	2,92	3,66	3,o8	2,72	
	" 3	1o,o7	1,47	2,85	5,38		1,87
3	Brett 1	1o,35	5,58	2,94	1,5o		1,85
	" 2	1o,oo	3,13	3,81	3,o5	2,62	
	" 3	1o,6o	1,51	2,88	5,52		1,92
4	Brett 1	1o,51	5,55	3,o4	1,61		1,89
	" 2	1o,45	3,15	3,63	3,o6	2,88	
	" 3	1o,52	1,44	2,82	5,42		1,94
5	Brett 1	16,6o	7,93	4,21	2,37		2,o9*
	" 2	16,4o	4,37	5,76	4,82	2,85	
	" 3	16,9o	2,42	4,32	7,6o		2,22
6	Brett 1	18,o7	8,49	4,93	3,12		2,13
	" 2	18,o1	5,24	5,99	5,32	3,o1	
	" 3	16,46	3,o7	4,86	8,o4		2,o5
Mittelwert						2,78	1,96
Variationskoeffizient [%]						5,96	6,58

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	11,45	5,53	3,14	1,22	o,52	o,22	o,o9		2,o7
	" 3	1o,47	1,22	2,27	3,41	2,22	o,99	o,64	3,o7	
	" 4	1o,89	o,64	1,o3	2,o6	3,52	2,27	1,42	3,o9	
	" 6	11,34	o,1o	o,28	o,6o	1,56	3,o7	5,o1		2,26
2	Brett 1	12,43	5,81	3,35	1,32	o,62	o,25	o,o5		2,14
	" 3	1o,64	1,44	2,31	3,45	2,24	1,1o	o,68	3,o8	
	" 4	12,o8	o,66	1,1o	2,2o	3,4o	2,48	1,55	3,55	
	" 6	12,34	o,o7	o,27	o,62	1,46	3,27	5,74		2,15
3	Brett 1	12,72	6,64	3,85	1,71	o,69	o,29	o,o8		1,92
	" 3	12,78	1,62	2,86	3,99	2,54	1,15	o,64	3,2o	
	" 4	12,75	o,72	1,22	2,43	3,66	2,64	1,54	3,48	
	" 6	13,84	o,oo	o,19	o,57	1,53	3,64	6,66		2,o8
Mittelwert									3,25	2,1o
Variationskoeffizient [%]									6,64	5,35

* Verbindungsmittel versagt bei P ≥ 15oo N

Versuchsreihe Nr. 3.3.

Stützweite l = 12o cm Verbindungsmittel: Rauhspund
Brettdicke d = 2,4 cm Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Holzfeuchte u = 12 % Durchbiegungen in mm

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	c_M	c_R
1	Brett 1	8,71	4,45	2,71	1,55		1,96
	" 2	8,46	2,68	3,18	2,79	2,67	
	" 3	8,73	1,53	2,66	4,44		1,97
2	Brett 1	1o,36	5,26	3,24	1,81		1,97
	" 2	1o,52	3,21	3,78	3,21	2,78	
	" 3	1o,11	1,8o	3,oo	5,04		2,o1
3	Brett 1	1o,68	5,17	3,18	2,o6		2,o7
	" 2	1o,65	3,16	3,95	3,49	2,7o	
	" 3	1o,69	1,99	3,35	5,4o		1,98
4	Brett 1	1o,78	5,38	3,4o	2,o8		2,oo
	" 2	1o,7o	3,38	3,98	3,56	2,69	
	" 3	11,o2	2,12	3,38	5,25		2,1o
5	Brett 1	13,96	6,87	4,54	2,88		2,o3
	" 2	14,18	4,45	5,19	4,46	2,73	
	" 3	14,o2	2,82	4,31	6,71		2,o9
6	Brett 1	15,21	7,29	5,o1	3,41		2,o9
	" 2	15,44	5,o7	5,64	5,o6	2,74	
	" 3	15,28	3,51	4,93	7,25		2,11
Mittelwert						2,72	2,o3
Variationskoeffizient [%]						1,46	2,81

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	Belastung	f_{0b}	f_{v1}	f_{v2}	f_{v3}	f_{v4}	f_{v5}	f_{v6}	c_M	c_R
1	Brett 1	11,13	5,38	3,18	1,55	o,9o	o,38	o,15		2,o7
	" 3	11,9o	1,63	2,44	3,16	2,48	1,22	o,81	3,77	
	" 4	12,o4	o,87	1,3o	2,18	3,26	2,38	1,51	3,7o	
	" 6	11,46	o,15	o,41	o,74	1,58	3,2o	5,24		2,19
2	Brett 1	12,79	6,o2	3,61	1,78	o,92	o,49	o,26		2,12
	" 3	12,22	1,76	2,63	3,4o	2,46	1,24	o,82	3,59	
	" 4	12,36	o,96	1,43	2,43	3,26	2,65	1,69	3,79	
	" 6	12,86	o,22	o,45	o,72	1,62	3,51	5,59		2,3o
3	Brett 1	13,54	6,o9	3,76	1,89	1,o8	o,52	o,29		2,22
	" 3	13,1o	1,91	2,79	3,67	2,72	1,4o	o,98	3,57	
	" 4	13,23	1,o5	1,47	2,48	3,72	2,81	1,9o	3,56	
	" 6	13,57	o,23	o,52	o,95	2,o1	3,87	5,7o		2,38
Mittelwert									3,66	2,21
Variationskoeffizient [%]									2,82	5,16

Versuchsreihe Nr. 4.1.

Stützweite l = 7o cm
Prettdicke d = 2,2 cm
Holzfeuchte u = 12 %

Verbindungsmittel : Steckverbinder
Durchbiegungen in mm
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Nur Mittelbrettbelastung !

a) Plattenbreite b = 42 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	1,98	o,9o	2,2o
2	2,68	1,19	2,25
3	3,28	1,37	2,39
4	3,36	1,52	2,21
5	3,5o	1,59	2,2o
6	3,81	1,59	2,4o
Mittelwert			2,28
Var. Koeffizient			4,17

b) Plattenbreite b = 84 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,61	1,oo	2,61
2	2,78	1,39	2,oo
3	2,97	1,13	2,63
4	2,98	1,23	2,42
5	3,13	1,3o	2,41
6	3,24	1,34	2,42
Mittelwert			2,42
Var. Koeffizient			9,38

Versuchsreihe Nr. 4.2.

Stützweite l = 7o cm
Prettdicke d = 2,2 cm
Holzfeuchte u = 12 %

Verbindungsmittel : Verbandstift DIN 1156
Durchbiegungen in mm
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Nur Mittelbrettbelastung !

a) Plattenbreite b = 42 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,o2	1,13	1,79
2	2,68	1,38	1,94
3	3,28	1,61	2,o4
4	3,38	1,66	2,o4
5	3,63	1,86	1,95
6	3,92	1,62	2,42
Mittelwert			2,o3
Var. Koeffizient			1o,4

b) Plattenbreite b = 84 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,73	1,21	2,26
2	2,78	1,53	1,82
3	2,97	1,45	2,o5
4	2,98	1,47	2,o3
5	3,13	1,54	2,o3
6	3,24	1,4o	2,31
Mittelwert			2,o8
Var. Koeffizient			8,55

Versuchsreihe Nr. 4.5.

Stützweite l = 7o cm
Brettdicke d = 2,2 cm
Holzfeuchte u = 13 %

Verbindungsmittel : Lamello-Feder
Durchbiegungen in mm;
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Nur Mittelbrettbelastung!

a) Plattenbreite b = 42 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,72	1,42	1,92
2	2,88	1,37	2,1o
3	3,o3	1,41	2,15
4	3,24	1,51	2,15
5	3,64	1,57	2,32
6	3,84	1,67	2,3o
Mittelwert			2,16
Var. Koeffizient			6,77

Versuchsreihe Nr. 5.1.

Stützweite l = 7o cm
Brettdicke d = 1,8 cm
Holzfeuchte u = 12 %

Verbindungsmittel : Steckverbinder
Durchbiegungen in mm
Belastung jeweils mit ΔP = o,5 kN
Nur Mittelbrettbelastung!

a) Plattenbreite b = 42 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	3,18	1,43	2,22
2	3,48	1,53	2,27
3	3,8o	1,97	1,93
4	4,54	2,oo	2,27
5	5,o4	2,18	2,31
6	6,o8	2,77	2,19
Mittelwert			2,2o
Var. Koeffizient			6,28

b) Plattenbreite b = 84 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	4,o6	1,69	2,4o
2	4,16	1,86	2,24
3	4,62	1,79	2,58
4	4,76	1,93	2,47
5	5,12	2,o9	2,45
6	5,14	2,1o	2,45
Mittelwert			2,43
Var. Koeffizient			4,58

6.1.2. Statistische Auswertung der Versuchsergebnisse

In den nachfolgenden Tabellen sind die Ergebnisse der Plattenprüfungen bei einer Brettdicke von 24 mm zusammengefaßt. Da sich die Mittelwerte der Versuchsreihen zum Teil sehr ähneln, soll eine Varianalyse zeigen, ob zwischen den Ergebnissen statistisch gesicherte Unterschiede bestehen. Insbesondere soll untersucht werden, inwieweit sich die Art der Verbindung auf die Lastverteilungsbreite auswirkt.

c-Werte bei mittiger Belastung, Stützweite l_s = 7o cm

Nr.	1.1.a.	1.2.a.	1.3.a.	1.4.a.	1.1.b.	1.2.b.	1.3.b.	1.4.b.
1	2,1o	2,13	2,18	2,13	2,o4	1,81	2,64	2,88
2	2,22	2,oo	2,29	2,22	2,15	1,91	2,58	2,2o
3	2,1o	2,o6	2,26	2,56	2,32	2,oo	2,65	2,75
4	2,21	1,92	2,41	2,24	2,oo	2,21	2,33	2,15
5	2,o8	1,9o	2,4o	2,45	2,4o	1,83	2,25	2,25
6	2,4o	1,7o	2,39	2,6o	2,17	1,75	2,46	2,32
$\bar{x}$	2,19	1,95	2,32	2,37	2,18	1,92	2,49	2,43

Varianzanalyse für 1.1.a. bis 1.4.a.

Die vier verschiedenen Verbindungsmittel gestatten eine Einteilung in r = 4 Gruppen mit je n_k = 6 Elementen x_{ik} (i=1,2,...n_k; k=1,2,...r)
Für den F-Test sind folgende Größen zu bestimmen:

$q_2 = \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ik} - \bar{x}_k)^2$ Quadratsumme innerhalb der Gruppen

$q_1 = n_k \cdot \sum_{k=1}^{r} (\bar{x}_k - \bar{\bar{x}})^2$ Quadratsumme zwischen den Gruppen

$q = \sum_{k=1}^{r} \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ik} - \bar{\bar{x}})^2$ Quadratsumme aller Stichprobenwerte

Der aufwendige Rechenvorgang, der hier nicht weiter beschrieben werden soll führt zu

q_2 = o,4223
q_1 = o,6259
q = 1,o482

Die Freiheitsgrade sind:
$\nu_1 = r - 1 = 4 - 1 = 3$
$\nu_2 = n - r = 24 - 4 = 2o$

Es wird die Hypothese H_o gegen H_1 getestet
H_o: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3$ alle Mittelwerte sind gleich
H_1: inhomogen nicht alle Mittelwerte sind gleich

Die Testgröße für den F-Test lautet nun $v_o = \frac{q_1/(r-1)}{q_2/(n-r)} = \frac{o,6259 \cdot 2o}{o,4223 \cdot 3} = 9,88$

Die Hypothese H_0 ist zugunsten H_1 abzulehnen, wenn $v_0 > f_{f\%}^{(r-1,n-r)}$. Für $\nu_1 = 3$, $\nu_2 = 2o$ Freiheitsgrade ist der Tabellenwert $f_{97,5}^{(3,2o)} = 3,86$.

Testentscheidung:

Die Hypothese H_0 wird zurückgewiesen, da $v_0 = 9,88 > f_{97,5}^{(3,2o)} = 3,86$; die Art der Verbindung hat demnach bei diesen Versuchsreihen einen statistisch gesicherten Einfluß auf die Lastverteilungsbreite c.

Eine Varianzanalyse der Gruppen 1.1.b. - 1.4.b. läßt wegen der ähnlichen Varianzen und Mittelwerte das gleiche Ergebnis erwarten. Es fällt jedoch auf, daß die Unterschiede der Mittelwerte zwischen den Gruppen a und b der jeweiligen Versuchsreihen geringer sind als die der verschiedenen Verbindungsmittel. Der t-Test ermöglicht hier die Entscheidung, ob zwischen diesen Werten eine statistisch gesicherte Differenz besteht.

t-Test für 1.1.a. - 1.1.b.

Die Hypothese $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ beide Mittelwerte sind gleich wird getestet gegen $H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

Bei gleichem Stichprobenumfang ($n_1 = n_2 = n$) lautet die Testgröße $t = \sqrt{n} \cdot \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}} = o,o62$; der Freiheitsgrad ist $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 1o$, der Tabellenwert beträgt $t_{95}^{(1o)} = 2,28$.

Die Hypothese H_0 ist zugunsten der Alternative H_1 abzulehnen, wenn $|t| > t_{p\%}^{(\nu)}$. Hier wird also H_0 angenommen. Der Einfluß der verschiedenen Plattenbreiten auf die Lastverteilungsbreite ist hier statistisch nicht gesichert. Es ist daher möglich, die Ergebnisse beider Versuchsreihen zusammenzufassen und einen gemeinsamen Mittelwert $\bar{\bar{x}} = 2,18$ zu bilden.

Die weiteren Ergebnisse der statistischen Auswertung lauten: Es besteht kein signifikanter Unterschied zwischen den Versuchsreihen 1.2.a. und 1.2.b. - $\bar{\bar{x}} = 1,94$; das gleiche gilt für die Versuchsreihen 1.3.a., 1.4.a., 1.3.b., 1.4.b. - gemeinsamer Mittelwert $\bar{\bar{x}} = 2,4o$.

c-Werte bei mittiger Belastung, Stützweite $l_s = 9o$ cm

Nr.	2.1.a.	2.2.a.	2.3.a.	2.1.b.	2.2.b.	2.3.b.
1	2,3o	2,29	2,53	2,58	2,46	2,8o
2	2,48	2,48	2,52	2,55	2,4o	2,81
3	2,47	2,42	2,59	2,77	2,99	2,78
4	2,52	2,46	2,78	2,73	2,84	3,o5
5	2,68	2,56	2,85	2,76	2,78	2,83
6	2,73	2,51	2,75	2,97	2,8o	3,19
$\bar{x}$	2,53	2,45	2,67	2,73	2,71	2,91

Aufgrund der Varianzanalysen liegt bei der Konfidenzzahl P = 97,5 % kein signifikanter Unterschied innerhalb der Versuchsreihen a und b vor. Die Werte können zu den gemeinsamen Mittelwerten $\bar{x}_a$ = 2,55 und $\bar{x}_b$ = 2,78 vereinigt werden. Der Einfluß der Art der Verbindung auf die Lastverteilungsbreite ist nicht gesichert. Zwischen den Mittelwerten $\bar{x}_a$ bei der Plattenbreite 42 cm und $\bar{x}_b$ bei der Breite 84 cm besteht jedoch mit P = 99 % Sicherheitswahrscheinlichkeit ein Unterschied. Eine Vergrößerung der Plattenbreite wirkt sich bei dieser Stützweite also eindeutig günstig auf die Lastverteilungsbreite aus.

c-Werte bei mittiger Belastung, Stützweite l_s = 12o cm

Nr.	3.1.a.	3.2.a.	3.3.a.	3.1.b.	3.2.b.	3.3.b.
1	2,56	2,58	2,67	2,99	3,07	3,77
2	2,61	2,72	2,78	3,17	3,09	3,7o
3	2,5o	2,62	2,7o	3,o3	3,o8	3,59
4	2,74	2,88	2,69	3,29	3,55	3,79
5	2,72	2,85	2,73	3,26	3,2o	3,57
6	2,93	3,o1	2,74	3,5o	3,48	3,56
$\bar{x}$	2,68	2,78	2,72	3,21	3,25	3,66

Die Varianzanalyse zeigt, daß der Unterschied der Mittelwerte bei der Versuchsreihe a nur zufällig ist - gemeinsamer Mittelwert $\bar{x}_a$ = 2,72; bei Versuchsreihe b kann jedoch mit dem f-Test (P = 97,5 %) Inhomogenität nachgewiesen werden. Der gemeinsame Mittelwert von 3.1.b und 3.2.b. $\bar{x}$ = 3,23 liegt aufgrund eines t-Tests signifikant höher als $\bar{x}_{3.3.b.}$ = 3,66. Die Abhängigkeit der Lastverteilungsbreite von dem Verbindungsmittel ist in diesem Fall gesichert.

Zusammenfassung der Ergebnisse für die Brettdicke d = 2,4 cm

Die Lastverteilungsbreite c reagiert auf die verschiedenen Verbindungsmittel bei größeren Stützweiten nicht so empfindlich, daß in allen Fällen unterschiedliche Ergebnisse zu erwarten sind. Erst bei größerem Stichprobenumfang wird ggf. ein geringer statistisch gesicherter Unterschied der Mittelwerte festzustellen sein.

In der nachfolgenden Tabelle sind die Versuchsreihen, bei denen sich nach der statistischen Auswertung keine unterschiedlichen c-Werte ergeben, zusammengefaßt und mit dem Gesamtmittelwert angegeben. Ferner sind in dieser Tabelle die einseitig nach unten sowie beidseitig be-

grenzten Vertrauensbereiche der Mittelwerte angegeben:

c-Werte bei mittiger Belastung, Brettdicke d = 24 mm

Verbindung	l	b	$\bar{c}$	$\bar{c}_u$	$\bar{c}_{u,o}$	b	$\bar{c}$	$\bar{c}_u$	$\bar{c}_{u,o}$
Steckverb.	7o	42	2,18	2,o8	2,1o - 2,27	84	1)	1)	1)
Verbandst.	7o	42	1,94	1,81	1,84 - 2,o3	84	1)	1)	1)
Rauhspund	7o	42	2,4o	2,3o	2,31 - 2,49	84	1)	1)	1)
Verleimung	7o	42	"	"	"	84	1)	1)	1)
Steckverb.	9o	42	2,55	2,46	2,47 - 2,63	84	2,78	2,66	2,68 - 2,88
Verbandst.	9o	42	"	"	"	84	"	"	"
Rauhspund	9o	42	"	"	"	84	"	"	"
Steckverb.	12o	42	2,72	2,64	2,65 - 2,79	84	3,23	3,o8	3,11 - 3,35
Verbandst.	12o	42	"	"	"	84	"	"	"
Rauhspund	12o	42	"	"	"	84	3,66	3,49	3,55 - 3,77

Es bedeuten:

l ... Stützweite

b ... Plattenbreite

$\bar{c}$ ... Mittelwert der Lastverteilungsbreite c aus den Versuchen

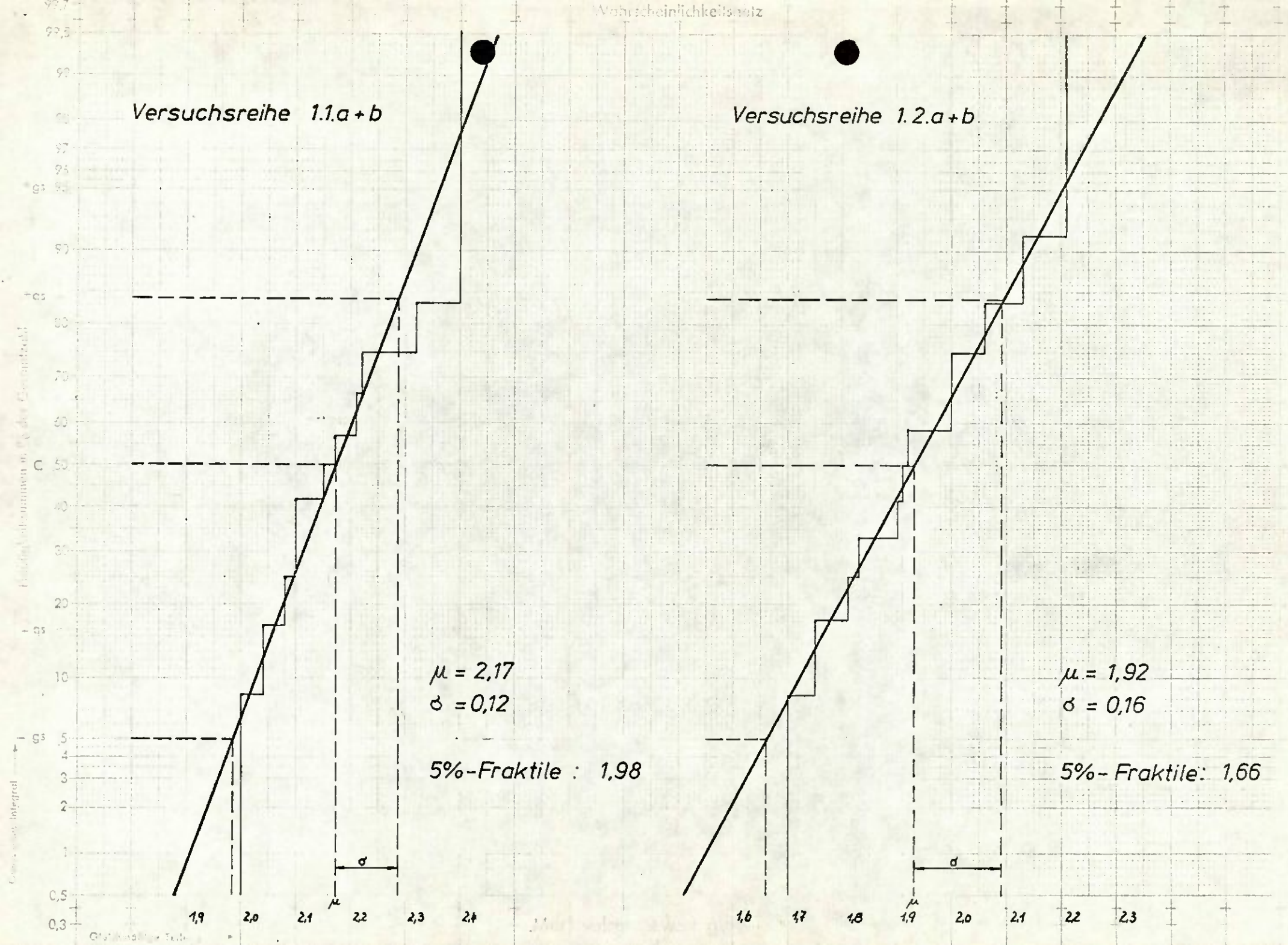
$\bar{c}_u$ ... nach unten begrenztes Vertrauensintervall des Mittelwertes bei der Konfidenzzahl P = 99 %

$\bar{c}_{u,o}$ ... Vertrauensintervall des Mittelwertes mit zweiseitiger Sicherheit bei der Konfidenzzahl P = 95 %

1) ... identisch mit b = 42 cm

Die Konfidenzintervalle der Einzelwerte der Lastverteilungsbreite c sind natürlich weiter zu fassen als die in der obigen Tabelle angegebenen Vertrauensbereiche der Mittelwerte. Eine genaue Angabe könnte nur mit den Parametern μ und σ (Erwartungswert und Streuung) der Grundgesamtheit gemacht werden. Aus der geringen Stichprobenanzahl können μ und σ nur sehr grob abgeschätzt werden. Um Ausreißer der Versuchsergebnisse zu unterdrücken und zumindestens die Tendenz der Verteilung zu erkennen, wurden die Werte im Wahrscheinlichkeitsnetz aufgetragen.

Aus den angenäherten Geraden, die eine Normalverteilung repräsentieren, wurden μ und σ sowie die 5 % - Fraktilen ($u_{5\%}$) bestimmt und in der nachfolgenden Übersicht zusammengestellt. Das folgende Diagramm zeigt die Auswertung für die Versuchsreihen 1.1. und 1.2.


Versuchsreihe 1.1.a + b
μ = 2,17
σ = 0,12
5%-Fraktile : 1,98
σ
μ
1,9
2,0
2,1
2,2
2,3
2,4
Versuchsreihe 1.2.a + b
μ = 1,92
σ = 0,16
5%- Fraktile: 1,66
σ
μ
1,6
1,7
1,8
1,9
2,0
2,1
2,2
2,3

Werte der angenäherten Normalverteilungen

Versuchsreihe	$\bar{x}$ 1)	s 1)	μ 2)	σ 2)	$u_{5\%}$ 2)
1.1.a., 1.1.b.	2,18	o,13	2,17	o,14	1,98
1.2.a., 1.2.b.	1,94	o,16	1,92	o,16	1,66
1.3.a., 1.3.b., 1.4.a., 1.4.b.	2,4o	o,29	2,4o	o,21	2,o6
2.1.a., 2.2.a., 2.3.a.	2,55	o,16	2,54	o,15	2,29
2.1.b., 2.2.b., 2.3.b.	2,78	o,2o	2,77	o,21	2,42
3.1.a., 3.2.a., 3.3.a.	2,72	o,13	2,72	o,13	2,5o
3.1.b., 3.2.b.	3,23	o,19	3,23	o,18	2,93
3.3.b.*	3,66	o,1o	3,66	o,12	3,46

*nur aus 6 Werten ermittelt

Diskussion der Ergebnisse

Eindeutiger als die Art der Verbindung wirkt sich das Verhältnis von Plattenbreite zur Spannweite $\frac{b}{l}$ auf die Lastverteilungsbreite aus. Dieser Einfluß wird später noch genauer analysiert.

Als weitere Beobachtung wurde eine steigende Tendenz von c bei abnehmender Biegesteifigkeit der Einzelbretter gefunden; und zwar auch dann, wenn alle Bretter einer Platte vergleichbare Biegesteifigkeiten haben. Diese Tendenz läßt sich bei fast allen Versuchsreihen aus den Versuchsprotokollen ersehen: Je größer die Durchbiegung der Einzelbretter (f_o) ist, desto größer ist auch der Wert c.

Eine Erklärung hierfür liefert die Theorie nach 2.7., da in die Berechnungsformel für c der E-Modul eingeht: Der Rechenwert für c steigt mit abnehmendem E-Modul. Man kann deshalb davon ausgehen, daß die niedrigsten c-Werte jeweils bei den Brettern mit verhältnismäßig guter Biegesteifigkeit auftreten. Das heißt aber andererseits, daß die Durchbiegungen auch in diesen Fällen - trotz niedrigem c-Wert - klein bleiben.

Im Hinblick auf die Güteklassensortierung kann man daher feststellen, daß bei der Güteklasse III (schlechterer E-Modul) höhere c-Werte zu erwarten sind, bei der Güteklasse I (besserer E-Modul) jedoch geringere. Bei den Durchbiegungen f_v werden diese Differenzen aber wegen der unterschiedlichen E-Moduln wieder ausgeglichen. Es ist daher nach Ansicht der Verfasser am sinnvollsten, für alle Güteklassen den gleichen Rechenwert für c, und zwar ausgehend von den Werten der Güteklasse II, festzulegen.

---

1) Rechenwerte der Versuchsergebnisse

2) Werte aus Wahrscheinlichkeitspapier

6.1.3. Vergleich mit der Theorie der orthotropen Platte

Aus den theoretischen Untersuchungen konnte eine Abhängigkeit der Durchbiegungsbeiwerte k von dem Verhältnis $\frac{b}{l}$ ermittelt werden. Mit den in Punkt 2.5.3. aufgeführten Beziehungen lassen sich aus den Versuchsergebnissen die "Normdurchbiegungen" sowie die Durchbiegungsbeiwerte k errechnen. Die Rechenergebnisse für k können nun mit den theoretischen Werten der orthotropen Platte (Punkt 2.5.2.) verglichen werden.

Als Beispiel sei der Rechengang für die Versuchsreihe 1.1.a. erläutert:

"Normdurchbiegung" f_o = o,222 cm [1)]

Durchbiegungsbeiwert k_o = 9,6o (Einzelbrett)

Mit den Beziehungen

$$f_v = o{,}222 \frac{\bar{f}_v}{\bar{f}_o} \quad \text{und} \quad k_v = 9{,}6o \frac{\bar{f}_o}{\bar{f}_v}$$

wurde die folgende Tabelle für die Versuchsreihe 1.1.a. aufgestellt:

l = 7o cm, 3-brettrige Platten, $\frac{b}{l}$ = o,6o

Nr.	$\bar{f}_o$	$\bar{f}_v$	f_v	k_v
1	o,162	o,o77	o,1o5	2o,2
2	o,162	o,o73	o,1oo	21,3
3	o,17o	o,o77	o,1oo	21,2
4	o,2oo	o,o96	o,1o6	2o,o
5	o,153	o,o73	o,1o6	2o,1
6	o,214	o,o89	o,o92	23,1
Mittelwerte			o,1o2	21,o

Für die übrigen Versuchsreihen sind in den folgenden Tabellen die Mittelwerte f_v und k_v angegeben. Beim Rauhspund wurde mit einem Rechteckquerschnitt gleichen Trägheitsmoments gerechnet (b=13,3cm; d=2,4cm).

"Normdurchbiegungen" f_v aus den Versuchsergebnissen [mm]

b/l	o,33	o,35	o,44	o,46	o,57	o,6o	o,67	o,7o	o,89	o,93	1,14	1,2o
Steckverb.		4,18		1,87		1,o2		3,49		1,73		1,o2
Verbandst.		4,o3		1,93		1,14		3,45		1,74		1,16
Rauhspund	4,33		1,86		1,o1		3,21		1,71		o,94	
l [cm]	12o	12o	9o	9o	7o	7o	12o	12o	9o	9o	7o	7o

---

1) Es wurde hier eine Stelle mehr als in Punkt 2.5.3. ausgewertet.

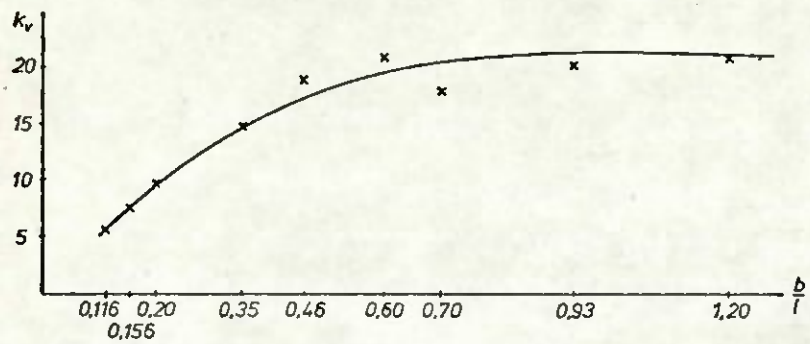
Durchbiegungsbeiwerte k_v aus den Versuchen

b/l	0,33	0,35	0,44	0,46	0,57	0,60	0,67	0,70	0,89	0,93	1,14	1,20
Steckverb.		15,0		18,9		21,0		18,0		20,4		20,9
Verbandst.		16,8		19,3		18,7		18,2		20,3		18,4
Rauhspund	14,5		18,9		21,2		19,5		20,7		22,7	

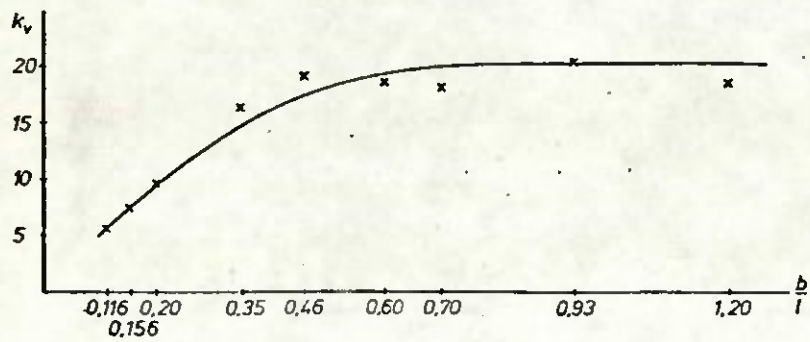
Diese Werte wurden zusammen mit den Durchbiegungsbeiwerten k_o der Einzelbretter in den folgenden Diagrammen in Abhängigkeit vom Verhältnis $\frac{b}{l}$ aufgetragen. Die dargestellten Kurven sind die aus diesen Werten bestimmten Regressionsparabeln.

Durchbiegungsbeiwerte k_v in Abhängigkeit vom Verhältnis $\frac{b}{l}$ aus den Versuchsergebnissen

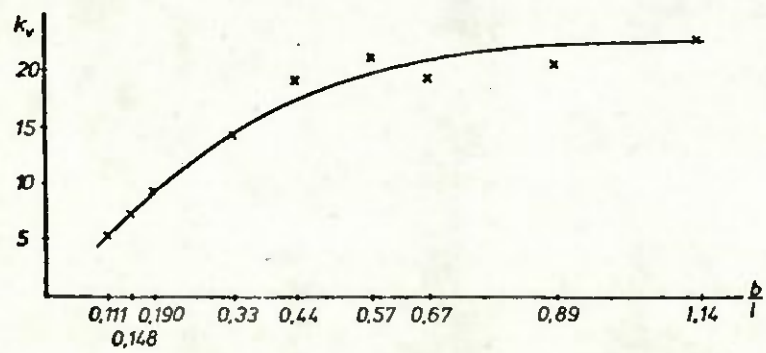
1. Steckverbinder



2. Verbandstift nach DIN 1156

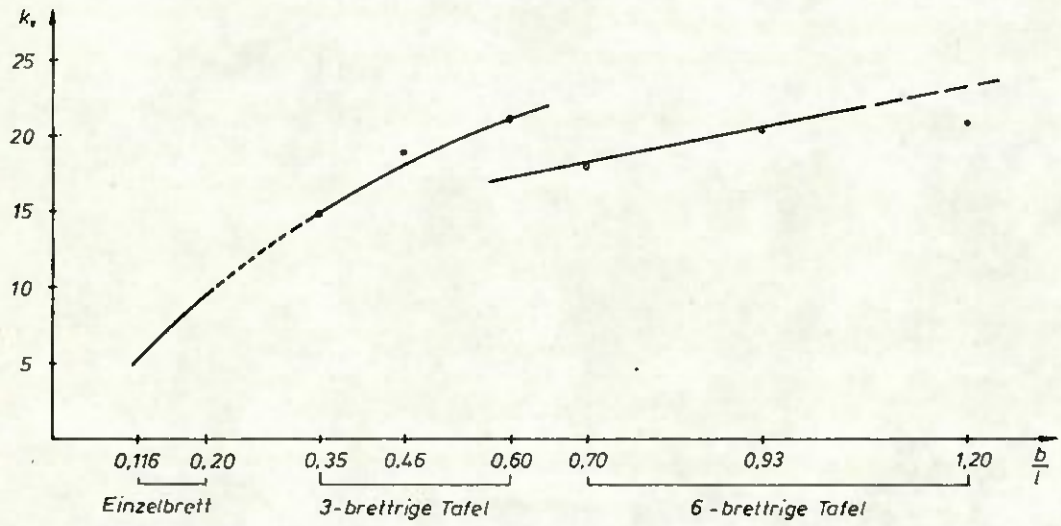


3. Rauhspund



6.1.4. Vergleich mit der Theorie punktweise gekoppelter Balken

Die Darstellungen der Funktionen $k_v = f(b/l)$ sind trotz der ansonsten guten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen in einem Punkt unbefriedigend: Bei allen Verbindungsmitteln ist ein deutlicher Sprung beim Übergang von der 3-brettrigen zur 6-brettrigen Tafel festzustellen. - Dafür kann die Theorie der punktweise gekoppelten Balken mit berücksichtigter Torsion eine Erklärung liefern. Das in Kapitel 2.7.2. aufgeführte Diagramm (Einzellast in Plattenmitte) bestätigt ja gerade diese Erscheinung. In der folgenden Darstellung sind die theoretischen Kurven und die Versuchsergebnisse für den Steckverbinder aufgetragen.

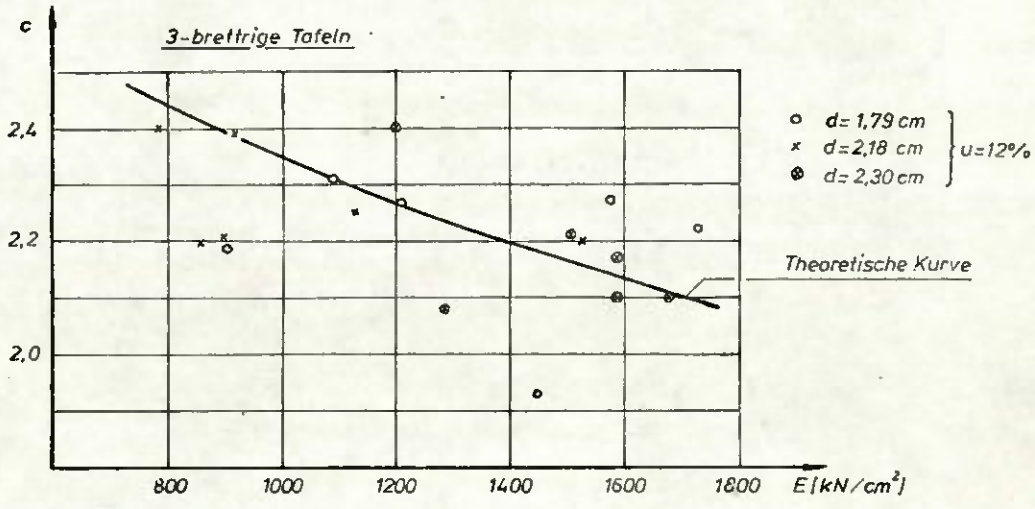


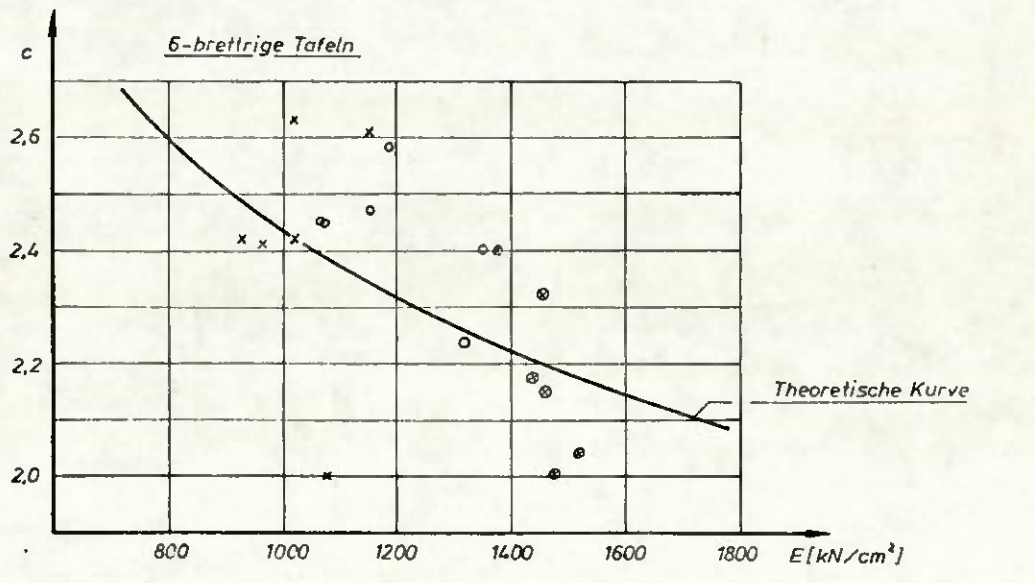
Das Diagramm bestätigt befriedigend die theoretischen Ergebnisse von 2.7.2.. Dies gilt auch für die Versuchswerte der 6-brettrigen Tafel, die ja im Diagramm mit den Rechenwerten der 5-brettrigen Platte verglichen wurden. Ein rechnerischer Vergleich von 5-brettriger und 7-brettriger Tafel bestätigte, daß nur noch eine unwesentliche Zunahme von c (max. ca. 1,7%) zu erwarten ist; die Ergebnisse der 5-brettrigen Tafel können also schon nahezu als Grenzwerte betrachtet werden.

6.1.5. Abhängigkeit von der Brettdicke

Neben den Versuchen mit 2,4 cm Brettdicke wurden Vergleichsversuche mit geringeren Brettdicken bei 7o cm Stützweite durchgeführt. Ein direkter Vergleich der Versuchsergebnisse ist jedoch problematisch, da zwischen den Versuchsreihen zwangsläufig Differenzen in den E-Moduln bestehen. Dadurch wird ein zusätzlicher Einfluß auf den Wert c wirksam, der zu Fehlschlüssen führen könnte. Aus diesem Grunde wurden die Ergebnisse der verschiedenen Brettdicken in den folgenden Diagrammen jeweils in Abhängigkeit vom E-Modul des belasteten Brettes aufgetragen. Da die

Platten nach den in 5.3. geschilderten Gesichtspunkten (Festigkeitssortierung) hergestellt waren, ist der Einfluß verschiedener Biegesteifigkeiten der verbundenen Bretter vernachlässigbar. Für die Diagramme wurden die Versuchsergebnisse des Steckverbinders (Vers. R. Nr. 1.1., 4.1. und 5.1.) herangezogen. Zusätzlich sind die theoretischen Kurven-mit den Konstanten Brettbreite b = 13,5 cm, Stützweite l = 7o cm, Schubmodul G = 65 kN/cm² (DIN 68364) und der Brettdicke d = 2,3o cm-eingezeichnet. [1)]





Da der Schubmodul als konstanter Wert angenommen werden mußte, ist eine bessere Übereinstimmung der Versuchswerte mit den theoretischen Kurven

---

1) Es wurden hier die Mittelwerte der Probebretter bei u = 12 % (Ausgangsdicke d = 24 mm) als Rechenwerte für d und b verwendet.

nicht zu erwarten. Die Versuchswerte sind - besonders bei den 3-brettrigen Platten - unabhängig von der Brettdicke recht gleichmäßig um die theoretischen Kurven verteilt. Eine Abhängigkeit der Lastverteilungsbreite von der Brettdicke läßt sich aus den Diagrammen daher nicht herleiten.[1] Außerdem wird der theoretische Einfluß des E-Moduls auf die Lastverteilungsbreite durch die Darstellungen in seiner Tendenz bestätigt.

6.1.6. Auswirkung verschiedener Biegesteifigkeiten der verbundenen Bretter

In den Hauptversuchen wurden für die Bestimmung des c-Wertes nur Bretter vergleichbarer Biegesteifigkeiten zu Platten verbunden, da nach 2.4.d. und 2.7.3. bei verschiedenen Biegesteifigkeiten der verbundenen Bretter erhebliche Einflüsse auf c wirksam werden. Diese Abhängigkeit wurde zur Erhärtung der theoretischen Ergebnisse durch eine gesonderte Versuchsreihe untersucht. Es wurden hier Bretter mit besonders hohem E-Modul mit zwei besonders schwachen Randbrettern verbunden und umgekehrt. Die Meßwerte wurden darauf den rechnerischen Ergebnissen nach 2.7.3. gegenübergestellt.

Der E-Modul des belasteten Brettes (Mittelbrett) konnte jeweils aus den gemessenen Durchbiegungen f_o und den Abmessungen des Brettes ermittelt werden. Die Faktoren n und k sind die Verhältniszahlen der Durchbiegungen der Mittelbretter zu denen der Randbretter. Für den Schubmodul wurde bei den Berechnungen einheitlich der Wert G = 65 kN/cm² nach DIN 68364 angesetzt. Für diese Versuchsreihe wurden die 22 mm Bretter bei 7o cm Stützweite verwendet, als Verbindungsmittel für die 3-brettrigen Platten wurde der Steckverbinder (1 in 1/2) herangezogen.

a) Randbretter schwächer

				Versuchswert	Rechenwert
Nr. 1.	f_{o1} = 3,7o f_{o2} = 1,88 f_{o3} = 3,83	n = o,51 k = o,49	E_z = 1555 kN/cm²	c = 1,65	c = 1,73
Nr. 2.	f_{o1} = 3,63 f_{o2} = 1,95 f_{o3} = 3,57	n = o,54 k = o,55	E_z = 1459 "	c = 1,82	c = 1,79
Nr. 3.	f_{o1} = 3,45 f_{o2} = 2,49 f_{o3} = 3,38	n = o,72 k = o,74	E_z = 1169 "	c = 2,11	c = 2,o4

---

1) Nach der Theorie 2.7. liegen die Rechenwerte für Vers. 5.1. nur um etwa o,5 % höher als für Vers. 1.1.

b) Randbretter stärker

				Versuchswert	Rechenwert
Nr. 1.	f_{01} = 2,65	n = 1,42	E_2 = 776 kN/cm²	c = 2,95	c = 2,85
	f_{02} = 3,75				
	f_{03} = 2,68	k = 1,40			
Nr. 2.	f_{01} = 2,73	n = 1,38	E_2 = 792 "	c = 3,07	c = 2,80
	f_{02} = 3,78				
	f_{03} = 2,78	k = 1,36			
Nr. 3.	f_{01} = 2,88	n = 1,77	E_2 = 699 "	c = 3,39	c = 3,24
	f_{02} = 5,09				
	f_{03} = 2,80	k = 1,82			

Auch hier kann eine bessere Übereinstimmung von Versuch und Rechnung nicht erwartet werden, da die unterschiedlichen Schubmoduln der Einzelbretter nicht berücksichtigt wurden.

Dennoch ist die maximale Abweichung von Versuchswert und Rechenwert kleiner als 9 %. Das bedeutet also, daß durch die unterschiedlichen E-Moduln viel größere Abweichungen bei der Lastverteilungsbreite auftreten als durch die verschiedenen Schubmoduln.

Diese Versuchsreihe veranschaulicht deutlich, daß eine Festigkeitssortierung der Bretter vor der Plattenprüfung zur Bestimmung der c-Werte zwingend erforderlich ist. Bei gleicher Biegesteifigkeit der verbundenen Bretter würden sich beispielsweise für Versuch a.1. rechnerisch c = 2,15 ergeben (EI_2 = Bezugsgröße) und für Versuch b.3. c = 2,50. Durch die unterschiedlichen Biegesteifigkeiten der verbundenen Bretter in dieser Versuchsreihe erhält man jedoch weitaus größere Schwankungen in den c-Werten, die eben durch diesen Einfluß bedingt sind.

In der Praxis wird natürlich der Fall a.1. mit $n=k\leq 0{,}5$ und $E_2 \geq 1500$ kN/cm² nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit (ca. 1/40 000) auftreten, so daß solch niedrige c-Werte sehr unwahrscheinlich sind. Eine Kombination größerer Wahrscheinlichkeit (ca. 1/60) von Brettern mit E-Moduln $E_{1,3} \leq 900$ kN/cm² und $E \geq 1000$ kN/cm² ist in Punkt 2.7.3. berechnet.

6.1.7. Einfluß der Brettbreite

Der Einfluß unterschiedlich breiter Bretter innerhalb einer Platte ist in 2.7.4. theoretisch untersucht worden. Durch die Versuche sollte noch geprüft werden, wie sich eine gleichmäßige Verringerung der Brettbreite der Probebretter auf die Lastverteilungsbreite auswirkt.

Dazu wurde eine Versuchsreihe mit festigkeitssortierten Brettern von 18 mm Brettdicke und 7o cm Stützweite bei einer verringerten Brettbreite von b = 1o cm geprüft. Die nachstehenden Tabellen geben die Versuchsergebnisse bei Anwendung des Steckverbinders wieder.

a) 3-brettrige Tafeln

Nr.	f_0	f_v	c_M
1	4,24	1,79	2,37
2	4,88	2,o2	2,42
3	6,14	2,55	2,41
4	6,6o	2,67	2,47
5	8,14	3,43	2,37
Mittelwert			2,41
Var. Koeffizient			1,72

b) 6-brettrige Tafeln

Nr.	f_0	f_v	c_M
1	5,16	1,87	2,76
2	5,54	2,14	2,59
3	5,98	2,11	2,83
4	7,o2	2,35	2,99
5	7,36	2,33	3,16
6	7,o4	2,27	3,1o
Mittelwert			2,91
Var. Koeffizient			7,48

Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe liegen deutlich höher als bei den vergleichbaren Versuchsreihen 1.1. und 5.1. mit der Brettbreite b = 14 cm. Bei kleinerer Brettbreite steigt daher der c-Wert. Eine rechnerische Kontrolle nach Theorie 2.7. liefert bei einem Schubmodul G = 65 kN/cm und mit den mittl. E-Moduln aus den obigen Versuchen für a) bzw. b) einen Wert von c = 2,5 bzw. c = 2,8. Auch der Einfluß der Brettbreite läßt sich also durch die Theorie 2.7. befriedigend beschreiben.

6.1.8. Einfluß der Holzfeuchtigkeit (Verlegefeuchte)

Die Bretter für eine Versuchsreihe mit vier 3-brettrigen und drei 6-brettrigen Rauhspundtafeln wurden nach 3 Tagen Wasserlagerung bei u=3o% Holzfeuchte zu Tafeln zusammengefügt und zunächst bei dieser Holzfeuchte geprüft. Nach der Trocknung des Holzes auf u = 12 % hatten sich durch Schwindverformungen bis zu 6 mm breite Fugen zwischen den Brettern gebildet. Eine sichtbare Beeinträchtigung der Nut-Feder-Verbindung war jedoch noch nicht festzustellen. Bei dieser Holzfeuchte wurden die Platten und Einzelbretter erneut geprüft. Es zeigten sich folgende Ergebnisse:

I. Prüfung bei einer Holzfeuchte u = 3o %

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,27	o,99	2,29
2	2,44	1,11	2,2o
3	3,26	1,35	2,41
4	3,45	1,36	2,54
	Mittelwert		2,36

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,55	1,o8	2,36
2	2,68	o,94	2,85
3	2,76	1,11	2,49
4	2,85	1,o1	2,82
5	2,96	1,13	2,62
6	3,o1	1,o7	2,81
	Mittelwert		2,66

II. Prüfung bei einer Holzfeuchte u = 12 %

a) Plattenbreite b = 3·14 = 42 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,o9	o,97	2,15
2	2,15	1,o3	2,o9
3	2,55	1,19	2,14
4	2,8o	1,16	2,41
	Mittelwert		2,2o

b) Plattenbreite b = 6·14 = 84 cm

Nr.	f_o	f_v	c_M
1	2,35	o,97	2,42
2	2,28	o,95	2,4o
3	2,22	1,o5	2,11
4	2,34	o,91	2,57
5	2,37	o,98	2,42
6	2,56	1,o5	2,44
	Mittelwert		2,39

Die durchschnittliche Durchbiegung der Einzelbretter nahm von $\bar{f}_o$ = 2,82 mm bei u = 3o % auf $\bar{f}_o$ = 2,37 mm bei u = 12 % Holzfeuchte ab. Bei der berücksichtigten Dimensionsänderung entspricht dies einer durchschnittlichen Zunahme des E-Moduls um 2,2 % bei 1 % - iger Abnahme der Holzfeuchte.

Dem gegenüber steht eine Abnahme der c-Werte von der Prüfung bei u=3o% $\bar{c}_{aI}$ = 2,36, $\bar{c}_{bI}$ = 2,66 auf $\bar{c}_{aII}$ = 2,2o, $\bar{c}_{bII}$ = 2,39 bei u = 12 %. Vergleicht man die beiden letzten Werte mit den Ergebnissen der Versuchsreihe 1.3.

$\bar{c}_a$ = 2,32 und $\bar{c}_b$ = 2,49 (Zusammenbau und Prüfung der Platten bei u ≈ 12%), so kann man jedoch nur eine kleine Differenz der Ergebnisse (ca. 5 %) nachweisen, die aufgrund eines t-Tests nicht gesichert ist.

Bei naß verlegten Brettern ist also nach der Trocknung nur eine unbedeutende Abnahme der c-Werte gegenüber trocken verlegten Brettern zu erwarten. Eine statistisch gesicherte Abhängigkeit der Verlegefeuchte von der Lastverteilungsbreite ist jedoch nicht festzustellen.

Die anderen untersuchten Verbindungsmittel sind von ihrer Natur aus unempfindlicher gegen Fugen nach Schwindverformungen; eine spezielle Untersuchung ihres Verhaltens wurde daher nicht durchgeführt.

Der größere Einfluß der Fugen im Bruchbereich ist für die Rauhspundtafeln der Tabelle in Punkt 6.2.1. zu entnehmen.

6.2. Verhalten im Bruchbereich

6.2.1. Bruchlasten und rechnerische Biegebruchspannungen

Die Bruchlasten der Tafeln wurden mit den Versuchsbedingungen und -methoden aus Punkt 5.5. jeweils an drei Tafeln gleichen Typs ermittelt. Eine Festigkeitssortierung war für die Bruchversuche nicht erforderlich, da vom E-Modul der Einzelbretter nicht auf die Biegebruchfestigkeit geschlossen werden kann; z.B. können sich Äste auf beide Größen sehr unterschiedlich auswirken.

Auf eine Darstellung der Lastverteilungsbreite $c = P_v / P_o$ (entsprechend dem elastischen Bereich) wurde verzichtet, da sich gezeigt hatte, daß der nicht meßbare Wert P_o zu große Streuungen der Rechenwerte verursacht. Statt dessen wurde mit der mittragenden Breite aus dem elastischen Bereich und der Bruchlast P_v die Biegebruchspannung in 1/2 errechnet. Dieser Wert stellt sich also wie folgt dar:

$$\sigma_{bB} = \frac{M_I}{W_{id}} \; ; \qquad \text{mit} \quad M_I = \frac{P \cdot l}{4} \left(1 - \frac{a}{l} \right) \qquad \text{vergl. 2.1.}$$

$$\text{und} \quad W_{id} = W_x \cdot c \qquad a = 6 \text{ cm}$$

Die nachstehende Tabelle enthält die aus den Istmaßen des Mittelbrettes bestimmten Widerstandsmomente W_x [cm³], die c-Werte aus dem elastischen Bereich c (Tabelle siehe 2.7.1.b), die Bruchlasten P_v [kN] und die Biegebruchspannungen σ_{bB} [kN/cm²] sowie deren Mittelwerte $\overline{\sigma_{bB}}$.

Ergebnisse der Bruchversuche für Brettdicke d = 2,4 cm (Solldicke)

Verbindungsmittel	l_s	Nr.	W_x	c	P_v	σ_{bB}	$\overline{\sigma_{bB}}$
Steckverbinder [1]	7o	1	1o,95	2,2	9,6o	6,91	
"	7o	2	11,81	2,2	6,o3	4,o3	
"	7o	3	11,15	2,2	6,67	4,71	5,22
Rauhspund	7o	1	1o,81	2,2	7,o9	5,17	
"	7o	2	11,o1	2,2	8,o4	5,76	
"	7o	3	1o,44	2,2	8,41	6,35	5,76
Rauhspund [2]	7o	1	11,11	2,2	5,79	4,11	
"	7o	2	11,19	2,2	6,o5	4,26	
"	7o	3	1o,82	2,2	4,6o	3,35	3,91
Verleimung	7o	1	11,97	2,2	9,75	6,42	
"	7o	2	11,97	2,2	14,6	9,63	
"	7o	3	11,66	2,2	8,95	6,o5	7,37
Lamello-Feder	7o	1	12;32	2,2	4,36	2,79	
"	7o	2	12,1o	2,2	3,96	2,58	
"	7o	3	12,53	2,2	5,42	3,41	2,93

Fortsetzung!

---

1) Blechdicke s = 1,5 mm, 4-lappiger Verbinder
2) Rauhspund naß vernagelt, trocken geprüft

Fortsetzung der Tabelle

Ergebnisse der Bruchversuche für Brettdicke d = 2,4 cm

Verbindungsmittel	l_s	Nr.	W_x	c	P_v	σ_{bB}	$\overline{\sigma_{bB}}$
Steckverbinder [1]	9o	1	12,22	2,4	4,72	3,6o	
"	9o	2	13,61	2,4	6,38	4,37	
"	9o	3	13,o6	2,4	5,4o	3,85	3,94
Rauhspund	9o	1	11,46	2,4	5,52	4,49	
"	9o	2	1o,16	2,4	4,81	4,41	
"	9o	3	1o,62	2,4	6,39	5,6o	4,83
Steckverbinder [1]	12o	1	1o,99	2,6	4,o6	4,24	
"	12o	2	12,7o	2,6	3,86	3,49	
"	12o	3	1o,99	2,6	4,18	4,37	4,o3
Rauhspund	12o	1	11,5o	2,6	4,39	4,38	
"	12o	2	1o,62	2,6	3,92	4,24	
"	12o	3	9,8o	2,6	3,36	3,94	4,19

Ergebnisse für die Brettdicke d = 2,2 cm (Solldicke)

Verbindungsmittel	l_s	Nr.	W_x	c	P_v	σ_{bB}	$\overline{\sigma_{bB}}$
Steckverbinder [1]	7o	1	1o,38	2,2	9,33	7,o9	
"	7o	2	1o,61	2,2	7,69	5,72	
"	7o	3	1o,87	2,2	5,46	3,96	5,59
Lamello-Feder	7o	1	1o,23	2,2	5,29	4,o8	
"	7o	2	1o,89	2,2	3,33	2,41	
"	7o	3	11,11	2,2	4,61	3,27	3,25

Ergebnisse für die Brettdicke d = 1,8 cm (Solldicke)

Verbindungsmittel	l_s	Nr.	W_x	c	P_v	σ_{bB}	$\overline{\sigma_{bB}}$
Steckverbinder [1]	7o	1	7,24	2,2	3,78	4,12	
"	7o	2	7,26	2,2	4,76	5,17	
"	7o	3	7,21	2,2	7,o7	7,73	5,67
Rauhspund	7o	1	7,34	2,2	3,79	4,o7	
"	7o	2	7,11	2,2	3,79	4,2o	
"	7o	3	6,86	2,2	4,62	5,31	4,53

---

1) Blechdicke s = 1,5 mm, 4-lappiger Verbinder

Für die übrigen Verbinder, die wegen der Montageschwierigkeiten (Verbandstift, Blechbandverbinder) unwirtschaftlich oder wegen der zu geringen Bruchlasten bei dieser Verwendung unbrauchbar sind (Klammerverbindung, Wellennagel), ist in der nachfolgenden Tabelle eine Übersicht der Versuchsergebnisse zusammengestellt. Die Bruchlasten können dann als zu gering angesehen werden, wenn nach dem Bruch oder Versagen des Verbindungsmittels noch kein Brettbruch erfolgt; d.h. also wenn die Bruchlast des Einzelbrettes deutlich höher liegt als die Maximallast des Verbinders. Der Zustand nach dem Bruch ist auch dem Fototeil zu entnehmen.

Bruchversuche der übrigen Verbinder:

Brettdicke d = 2,4 cm [1)]
Brettbreite b = 14 cm [1)]

3-brettrige Tafeln, Mittelbrettbelastung
Stützweite l in cm siehe Tabelle

Verbindungsmittel	l	P_v	Bemerkungen
Verbandstift	7o	7,95 kN	Verbinder beidseitig vom Mittelbrett herausgezogen, kurz darauf Brettbruch
Blechbandverbinder	7o	18,3 kN	Brettbruch; Verbinder intakt
"	7o	9,4o kN	Brettbruch; zunächst Bruch des Mittelbrettes, dann des Randbrettes
Klammerverb.	7o	3,67 kN	Nach starker Deformation der Klammer plötzlicher Bruch des Klammerrückens; kein Brettbruch!
Wellennagel	7o	o,98 kN	Verbinder gibt nach; Bretter verschieben sich um ca. 8 mm gegenseitig, vollständiger Fruch des Verbinders nach Laststeigerung auf P = 7,94 kN; kein Brettbruch!
Wellennagel [2)]	12o	o,77 kN	Verbinder gibt nach; vollständiger Bruch bei P = 2,51 kN kein Brettbruch!

6.2.2. Last-Zeit-Diagramme bei Bruchversuchen

Die Last-Zeit-Diagramme der in der obigen Tabelle erfaßten Bruchversuche sind auf den folgenden Seiten abgebildet. Zusätzlich sind charakteristische Diagramme der für tauglich befundenen Verbindungsmittel wiedergegeben. Die angegebenen Brettabmessungen beziehen sich jeweils auf das belastete Mittelbrett.

---

1) Einschnittmaße

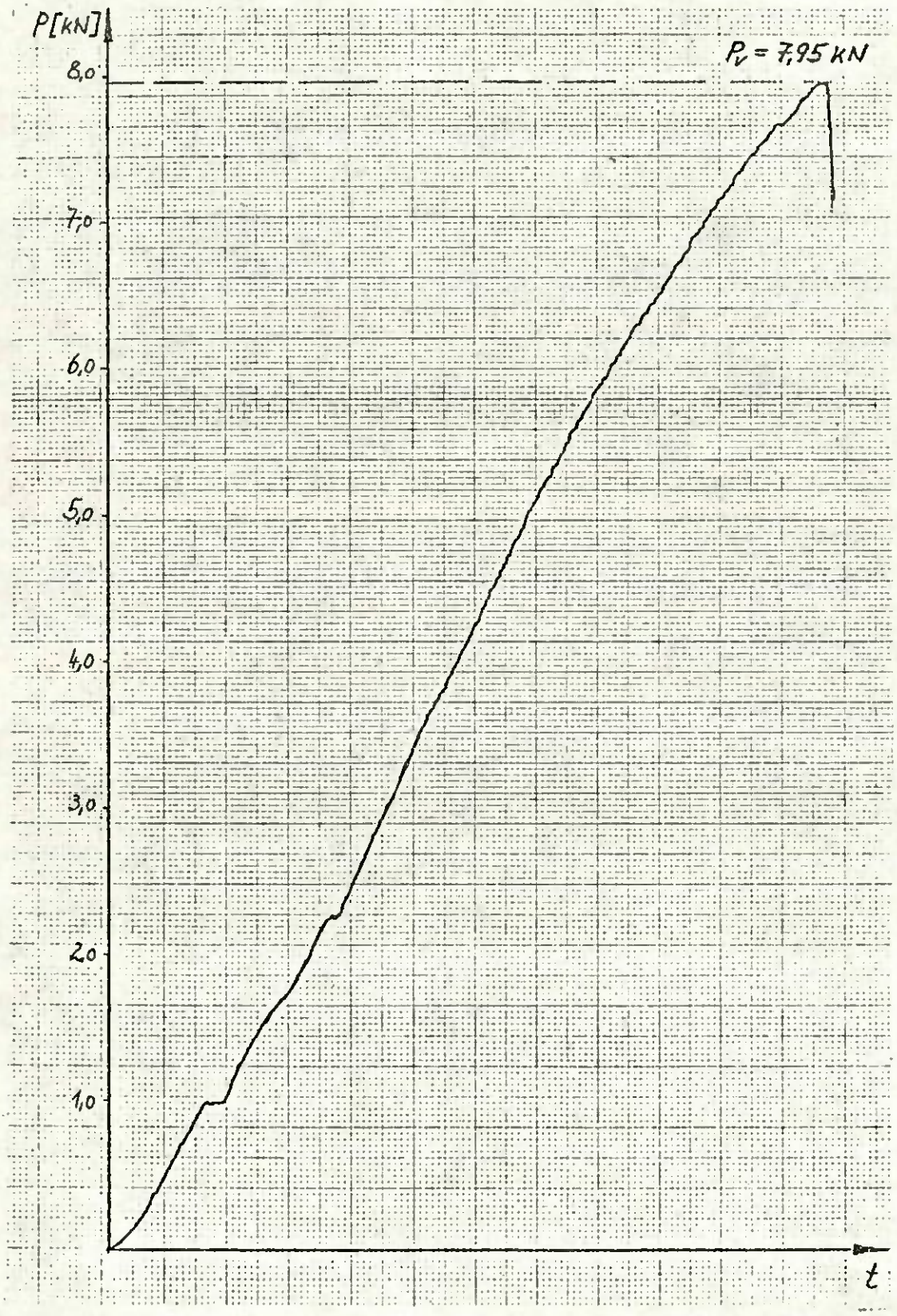
2) Brettdicke bei diesem Versuch: d = 2,2 cm

Bruchprüfung

Verbindung : Verbandstift DIN 1156

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,35 cm
Brettbreite : b = 13,5 cm

Holzfeuchte : u = 11 %

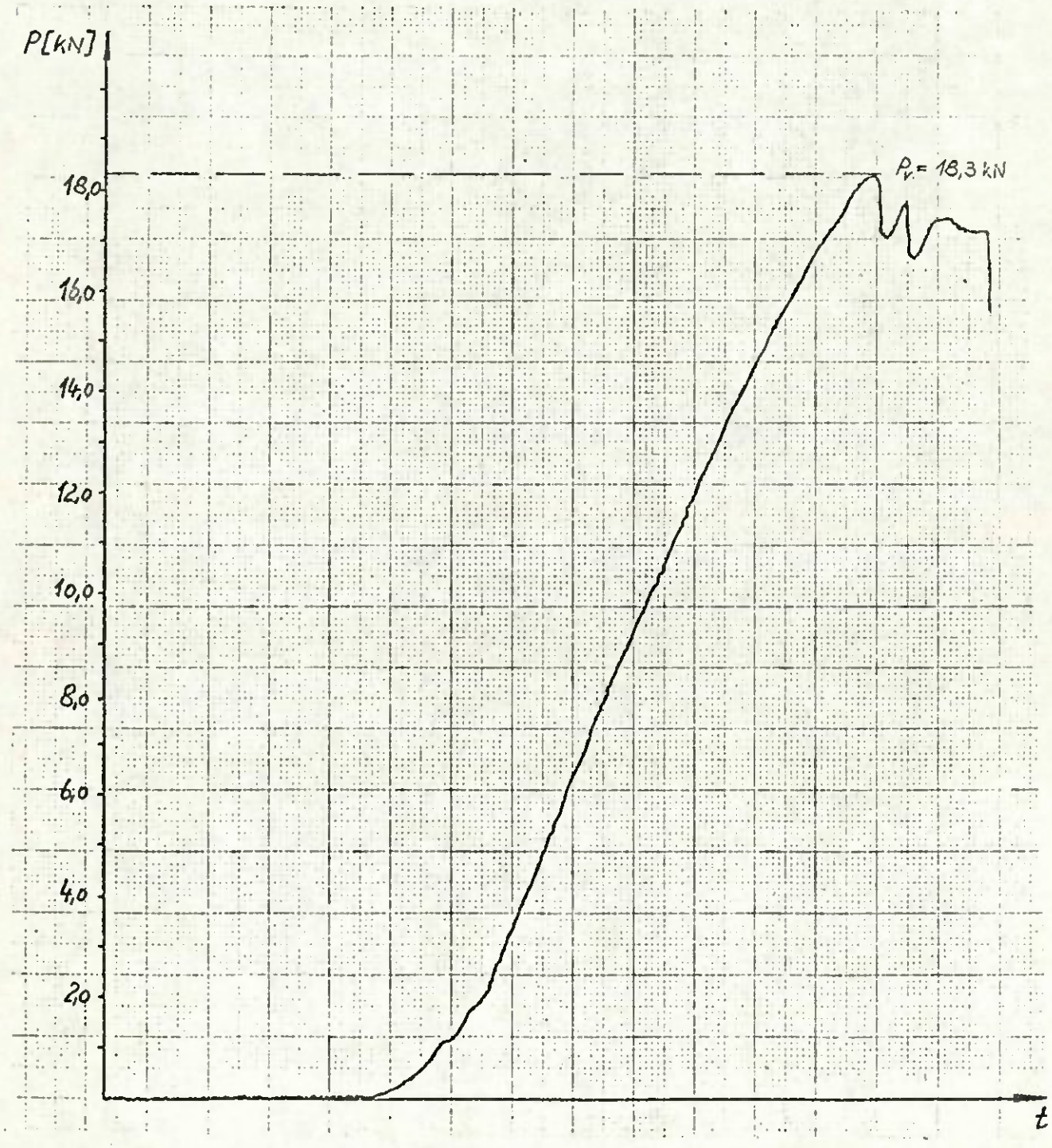


Bruchprüfung

Verbindung : Blechbandverbinder, befestigt mit je 4 Schrauben 3x2o

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,35 cm
Brettbreite : b = 13,5 cm

Holzfeuchte : u = 1o %



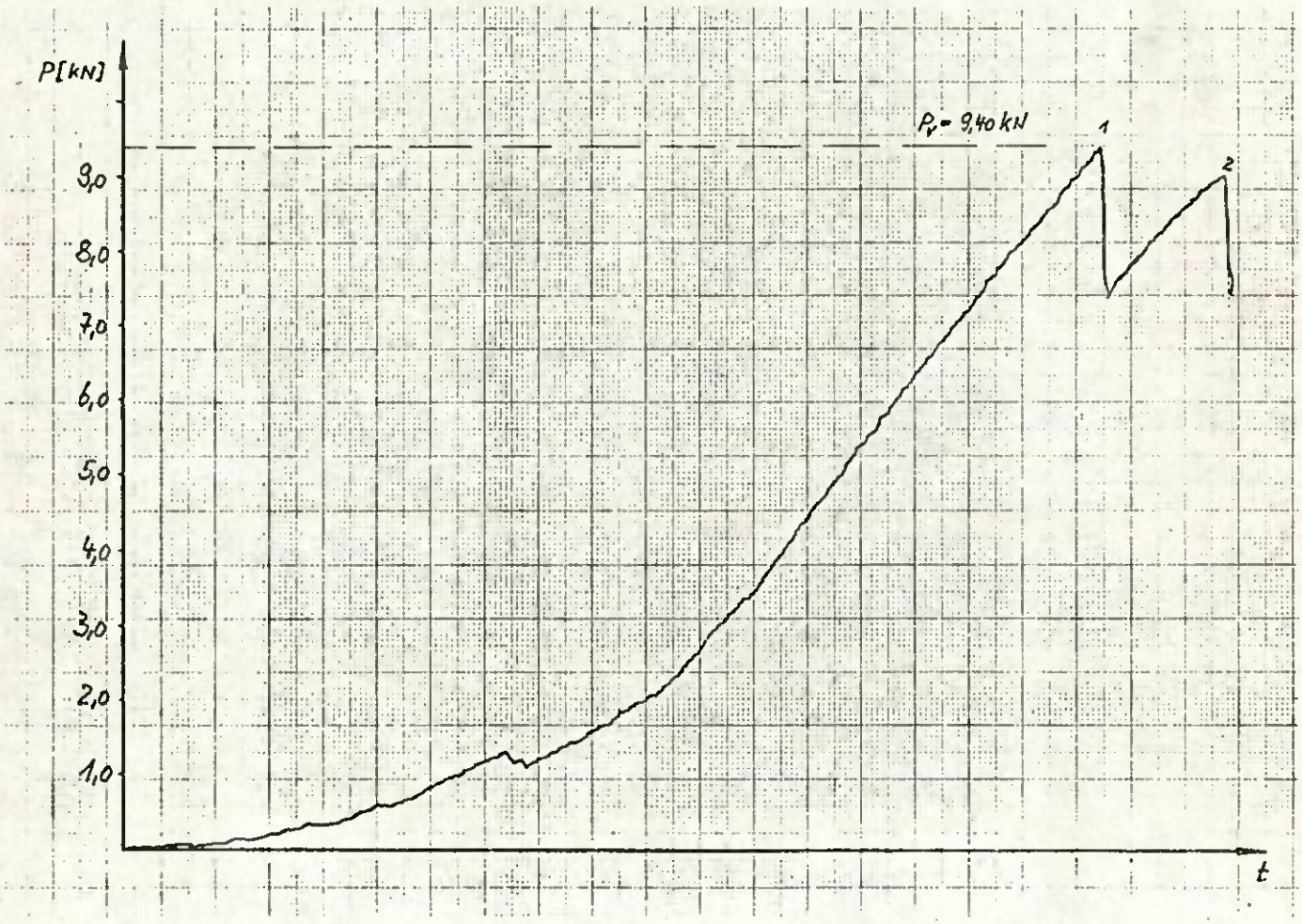
Bruchprüfung

Verbindung : Blechbandverbinder, befestigt mit je 4 Schrauben 3x2o

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,34 cm
Brettbreite : b = 13,7 cm
Holzfeuchte : u = 12 %

Bemerkung:

1) Bruch des Mittelbrettes, Verbinder noch intakt;
2) weitere Belastung nach Bruch des Mittelbrettes; nach Lastanstieg auf P = 9 kN:Bruch des Randbrettes Nr.1;

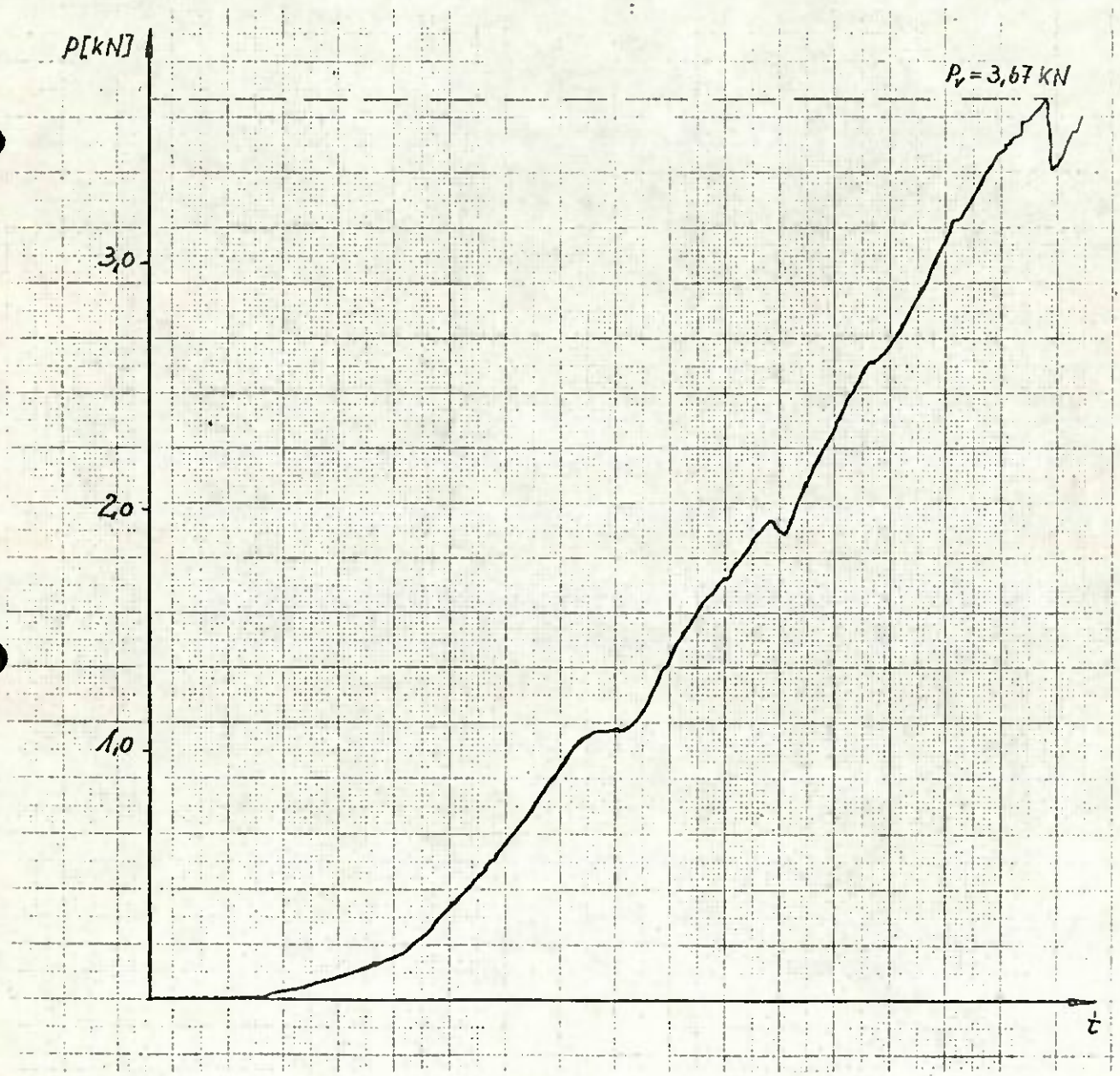


Bruchprüfung

Verbindung : Klammerverbindung

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,32 cm
Brettbreite : b = 13,6 cm

Holzfeuchte : u = 1o %



Bruchprüfung

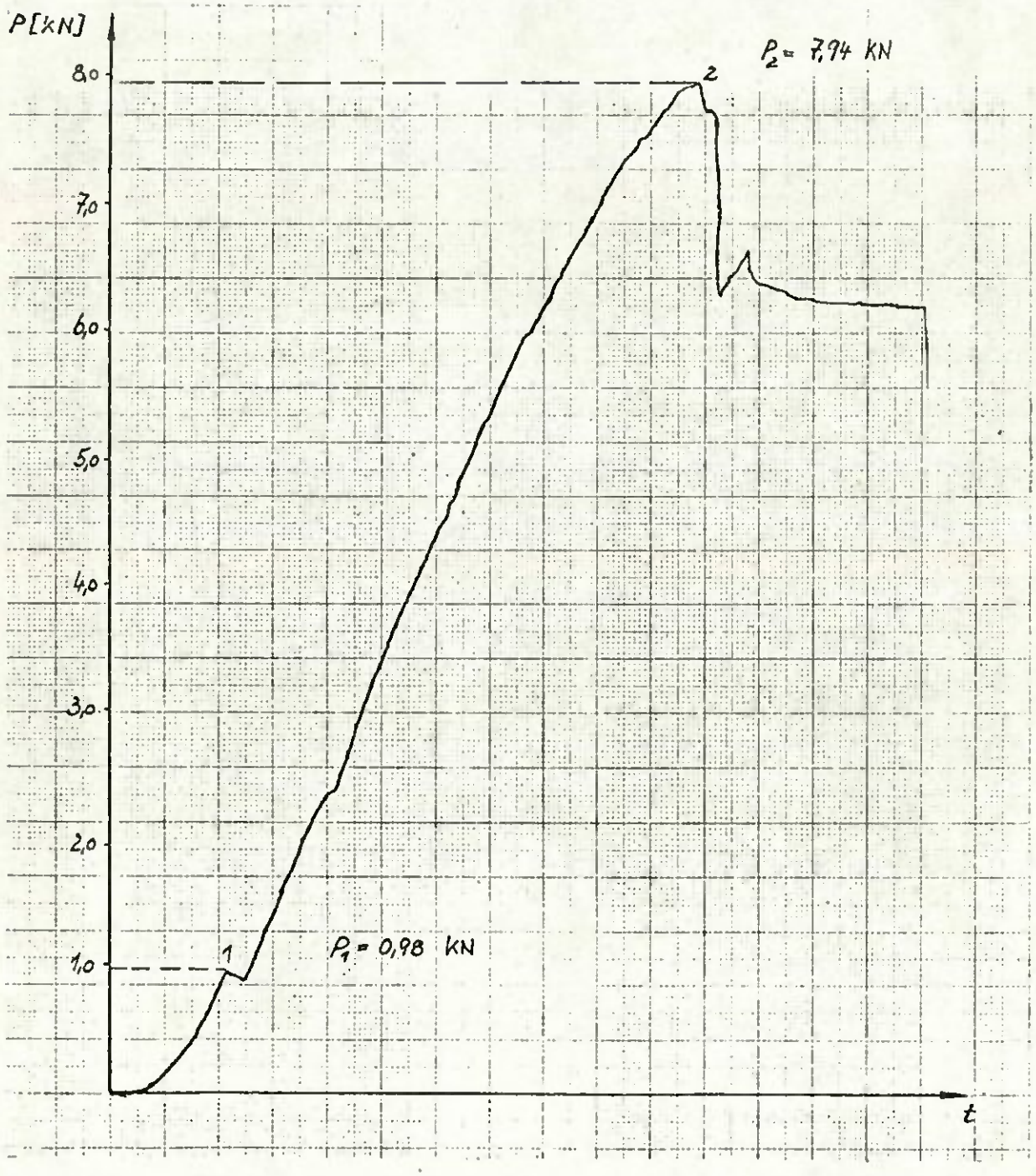
Verbindung : Wellennagel

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,35 cm
Brettbreite : b = 13,5 cm

Holzfeuchte : u = 12 %

Bemerkungen:

1) Gegenseitige Verschiebung der Bretter um etwa 8 mm;
2) Vollständiges Versagen des Verbinders;



Bruchprüfung

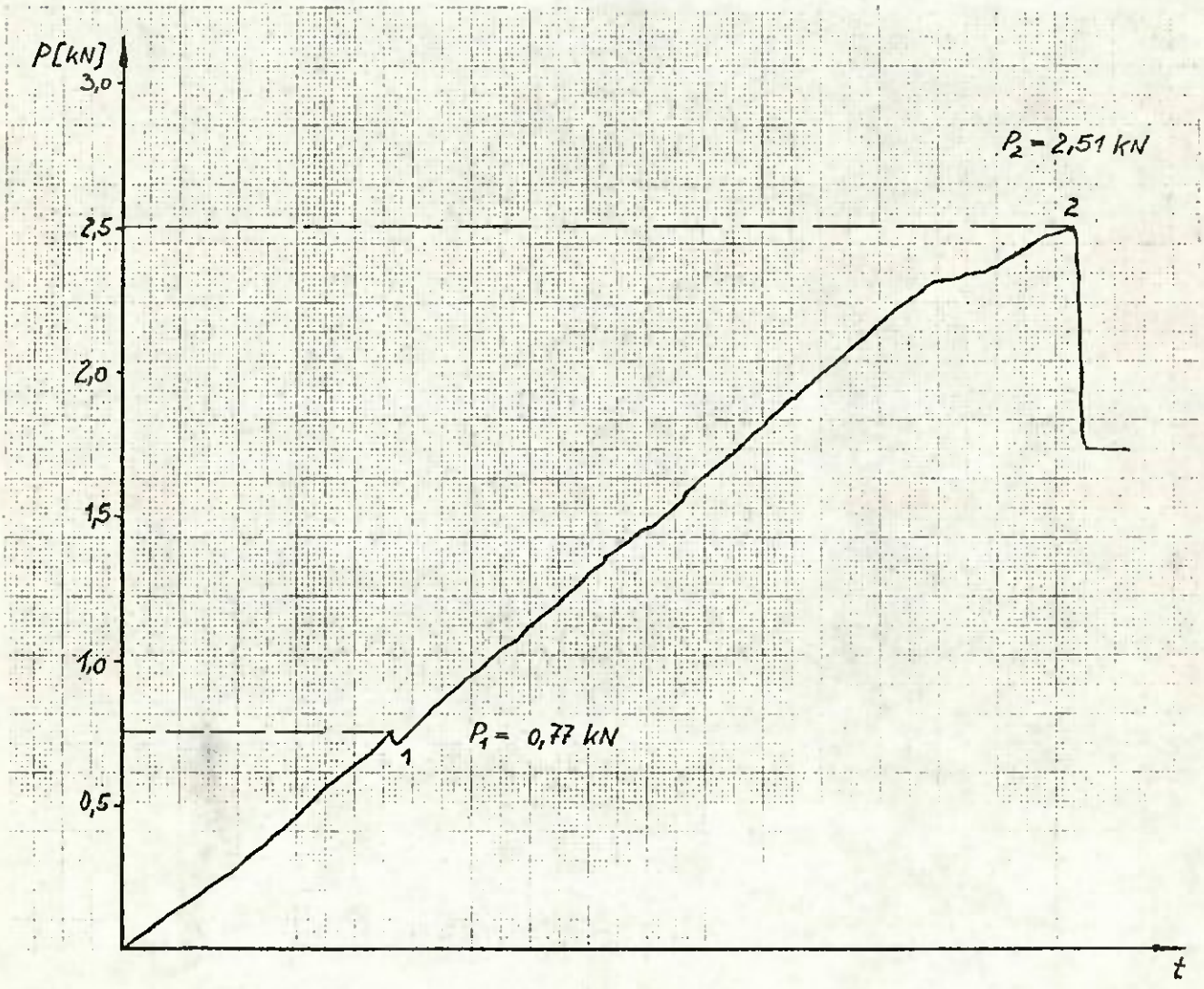
Verbindung : Wellennagel

Stützweite : l = 12o cm
Brettdicke : d = 2,21 cm
Brettbreite : b = 13,6 cm

Holzfeuchte : u = 12 %

Bemerkungen:

1) Deutliche gegenseitige Verschiebung der Bretter;
2) Vollständiges Versagen des Verbinders;



Bruchprüfung

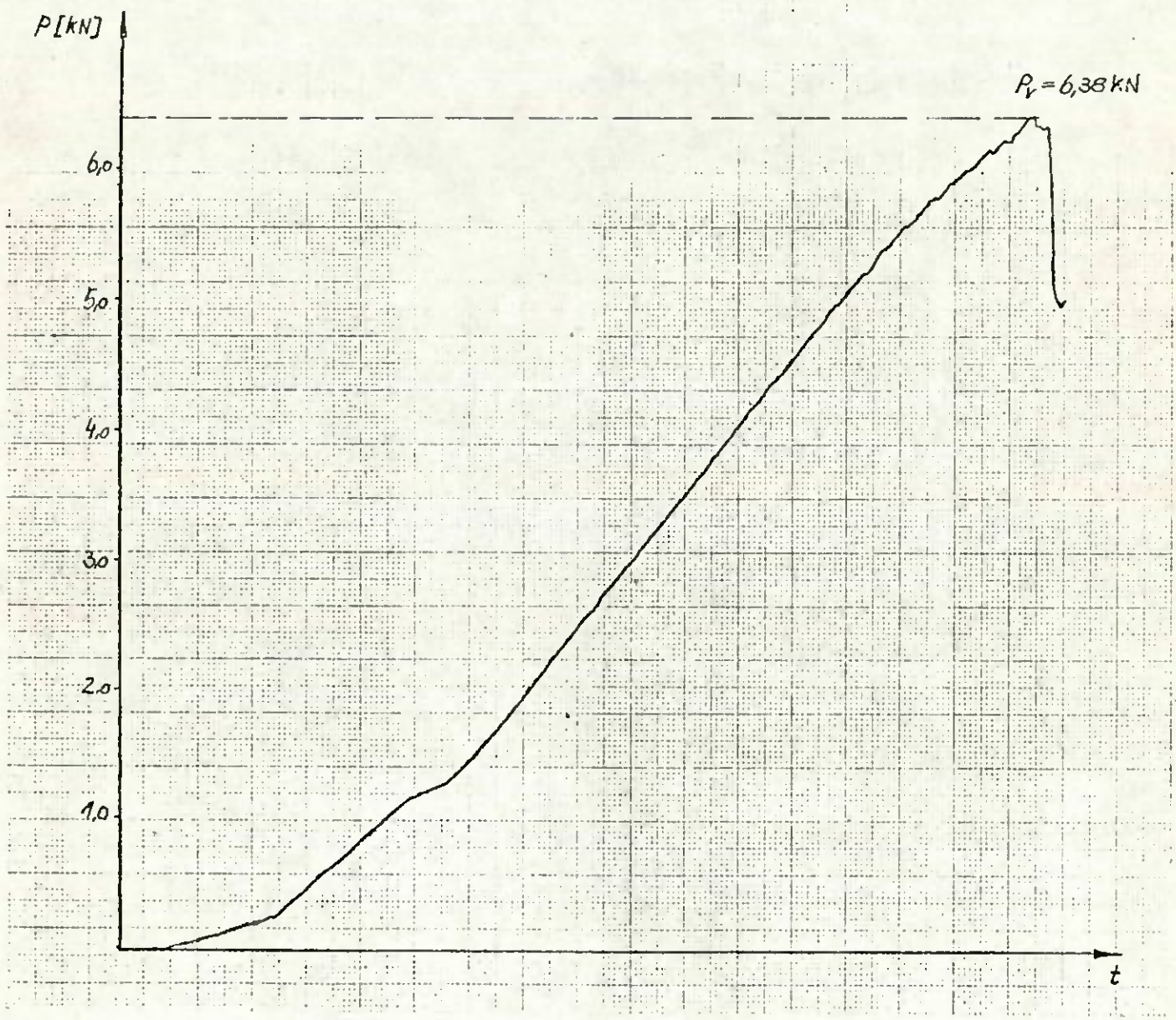
Verbindung : Steckverbinder, Plechdicke s = 1,5 mm, 4-lappig

Stützweite : l = 90 cm
Brettdicke : d = 2,45 cm
Brettbreite : b = 13,6 cm

Holzfeuchte : u = 12 %

Bemerkungen:

Aufbiegen der oberen Lappen der Verbinder, darauf Brettbruch;



Bruchprüfung

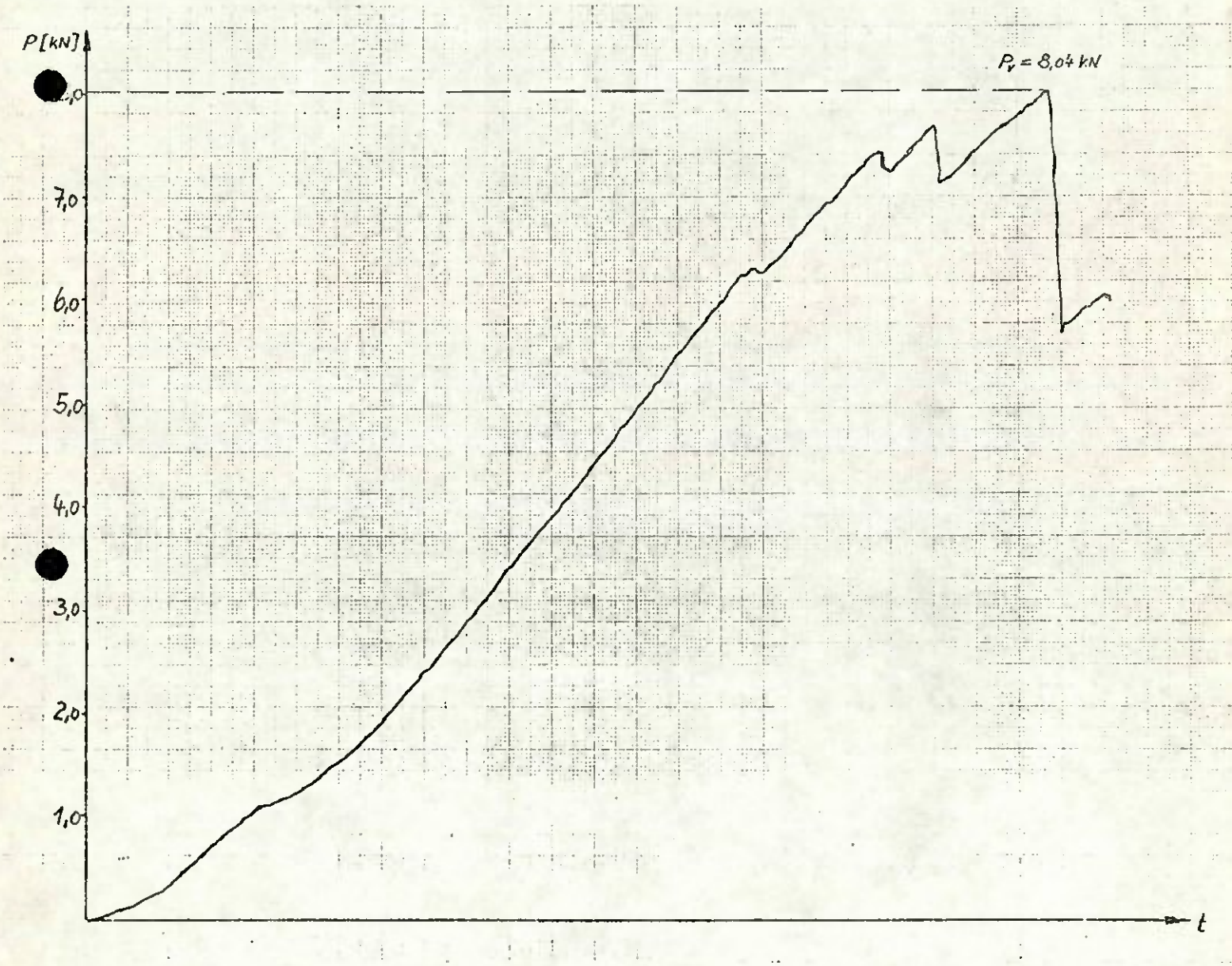
Verbindung : Rauhspund

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,29 cm
Brettbreite : b = 12,6 cm (ohne Feder)

Holzfeuchte : u = 12 %

Bemerkungen:

Nach Abriß der unteren Nutwange und Beschädigung der Feder plötzlicher Brettbruch;

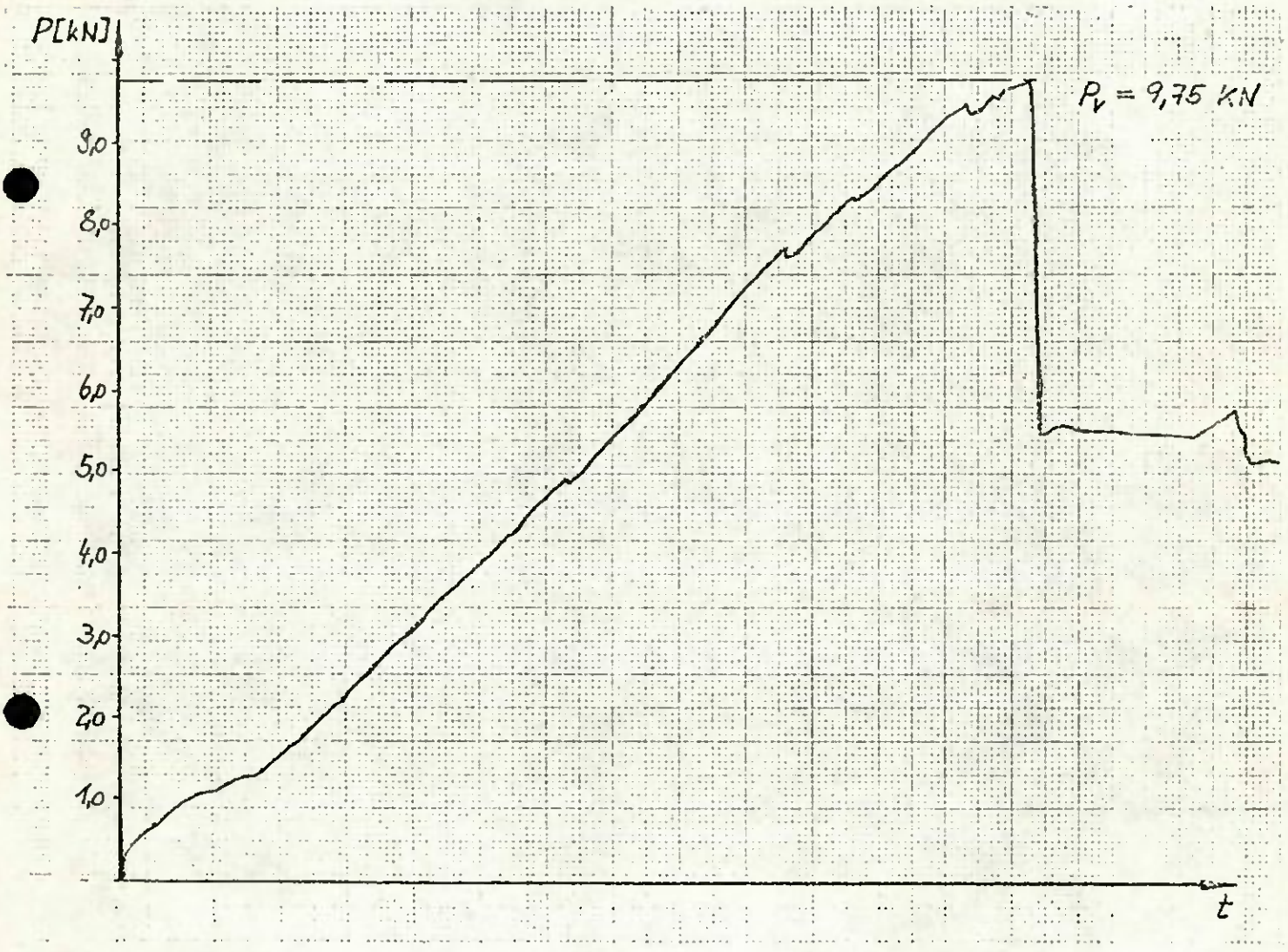


Bruchprüfung

Verbindung : Verleimung mit PVAC-Leim

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,29 cm
Brettbreite : b = 13,7 cm
Holzfeuchte : u = 11 %

Bemerkungen:
Abrupter Bruch; Längsriß bei Brett 1, kein Bruch der Leimfuge!



Bruchprüfung

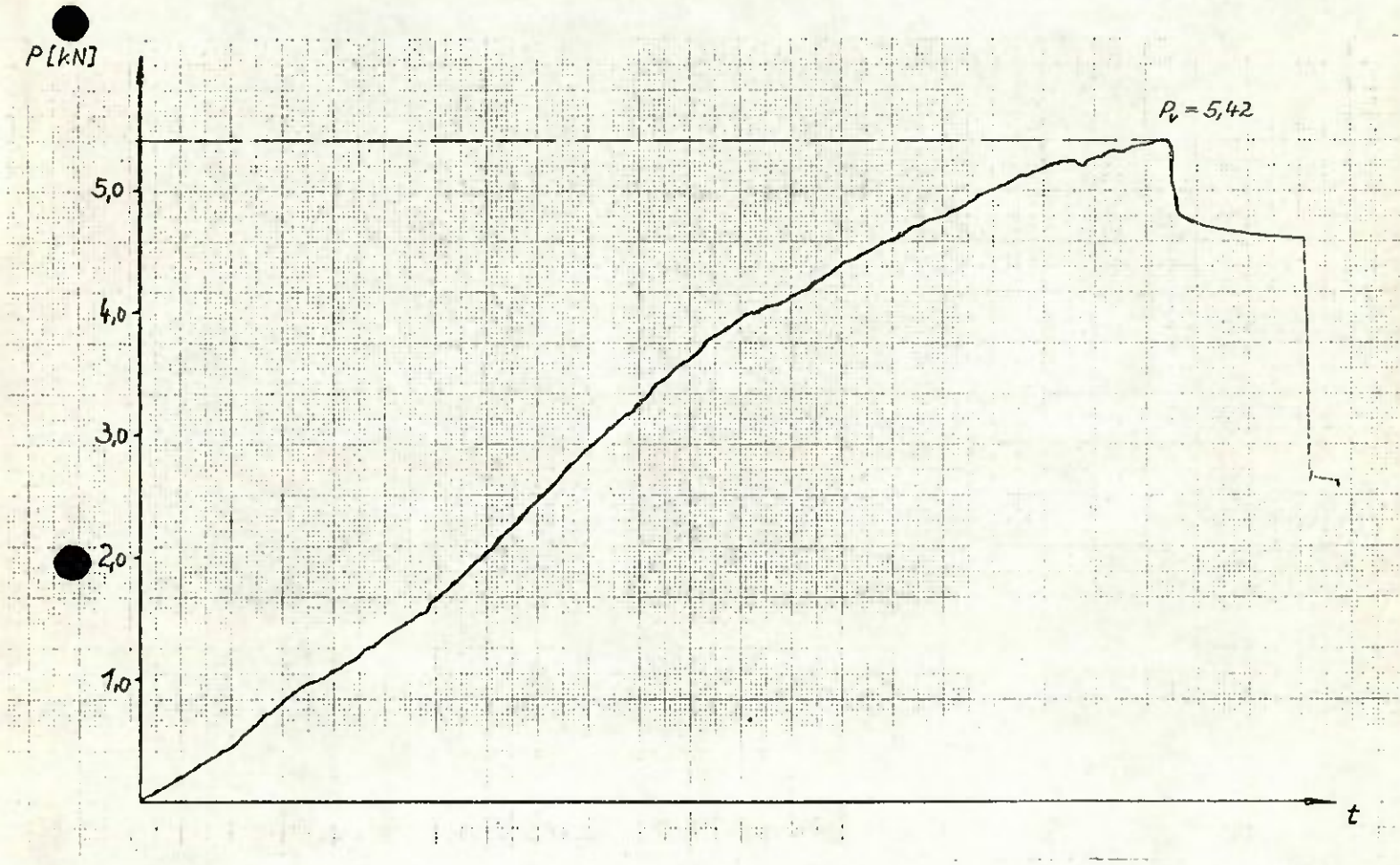
Verbindung : Lamello-Feder

Stützweite : l = 7o cm
Brettdicke : d = 2,36 cm
Brettbreite : b = 13,5 cm

Holzfeuchte : u = 12 %

Bemerkungen:

Holzausriß an der Verbindungsstelle, kein vollständiger Brettbruch;



7. Lichtbilder

Die Vorgänge im elastischen Bereich sind mit dem Auge kaum feststellbar; die Lichrbilder beziehen sich daher vorwiegend auf den Bruchbereich.

Steckverbinder

Bilder 1 bis 5: Aufbiegen der Steckverbinder bei mittiger Belastung und bei Belastung des Randbrettes.

Runder Verbandstift nach DIN 1156

Bild 6: Stifte verbogen und herausgezogen.

Wellennagel

Bilder 7 bis 9: allmähliches Herausziehen der Wellennägel.

Klammer-Verbindung

Bild 10: Klammern verbogen.

Blechband-Verbinder

Bilder 11 und 12: starke Verformungen ohne Versagen der Verbindung.

Nut und Feder

Bild 13: elastischer Bereich, Bretträndер leicht gegeneinander verschoben.

Bild 14: Nut aufgerissen.

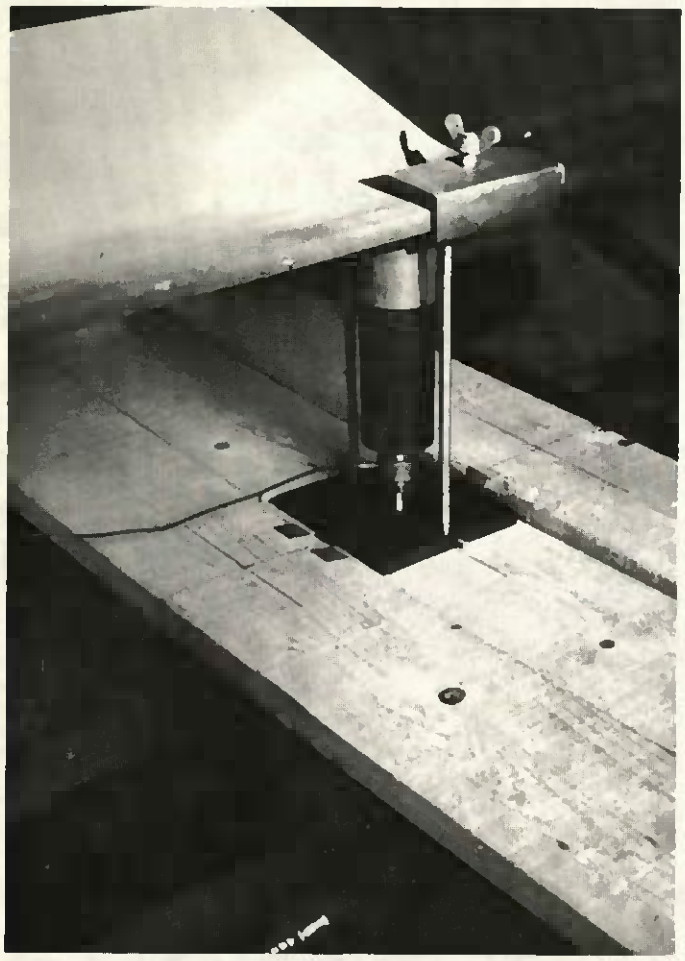
Bild 15: Nut und Feder gebrochen.

Lamello-Holzverbinder

Bild 16: Bretter im Bereich der Verbinder gebrochen.

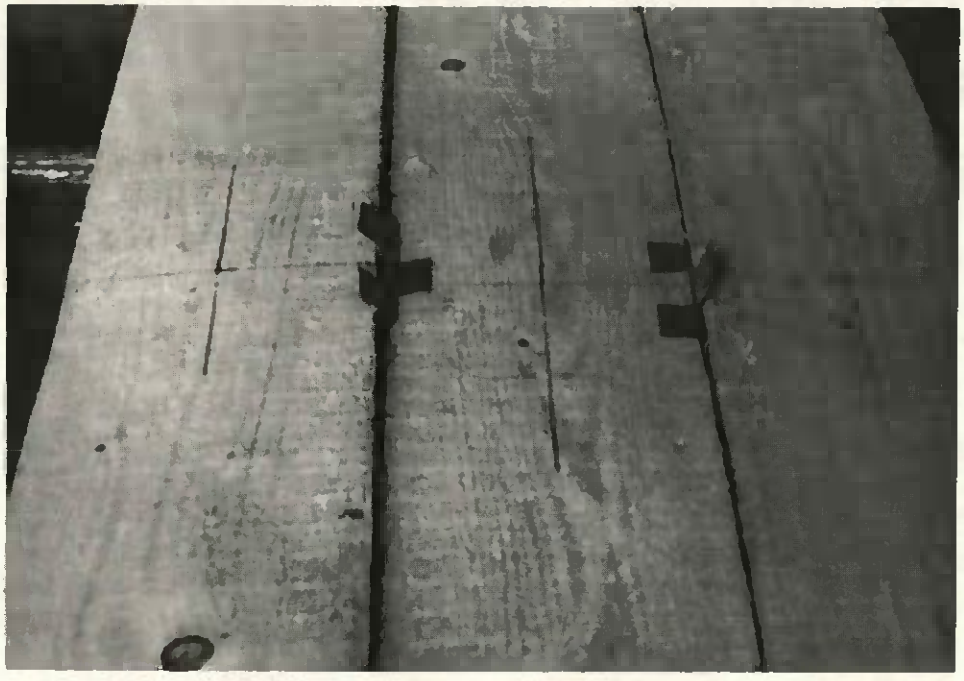
Bild 17: Verbinder gekippt und zwischen den Brettern herausgeschoben.

1

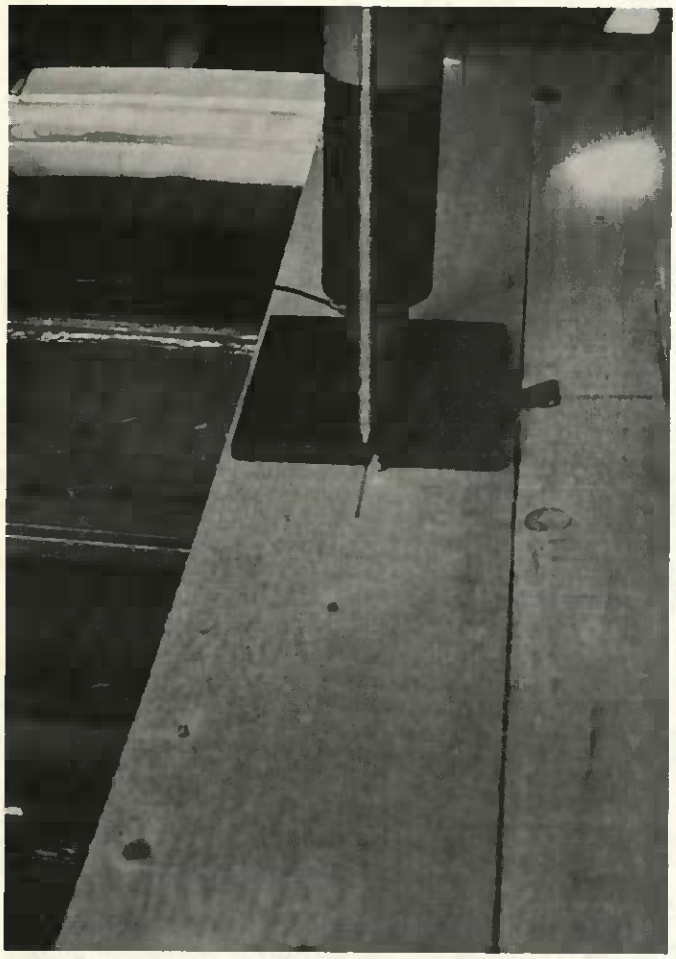


2

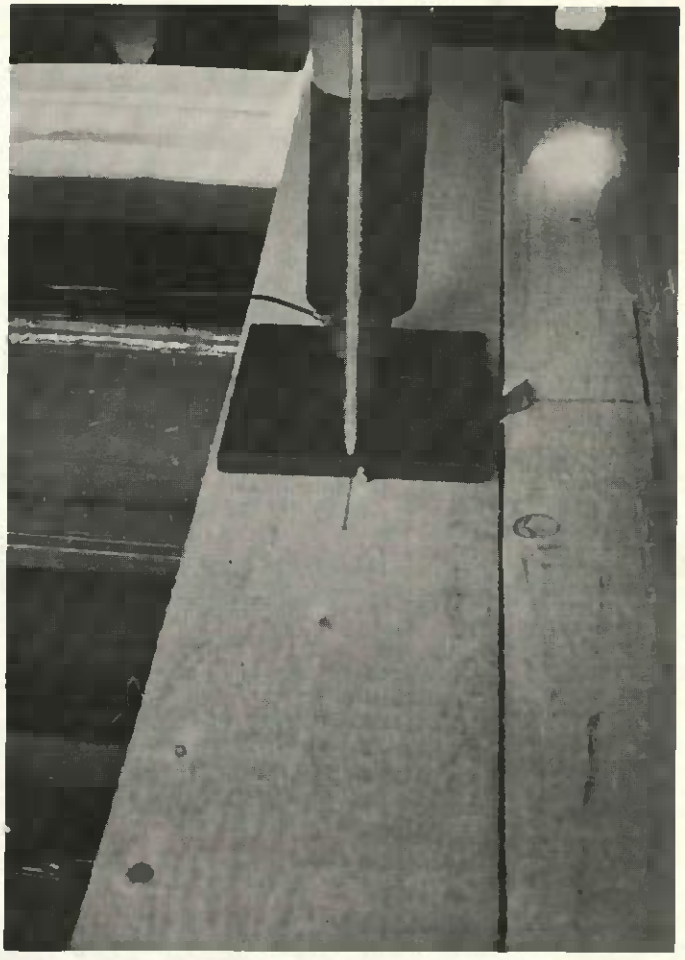
3



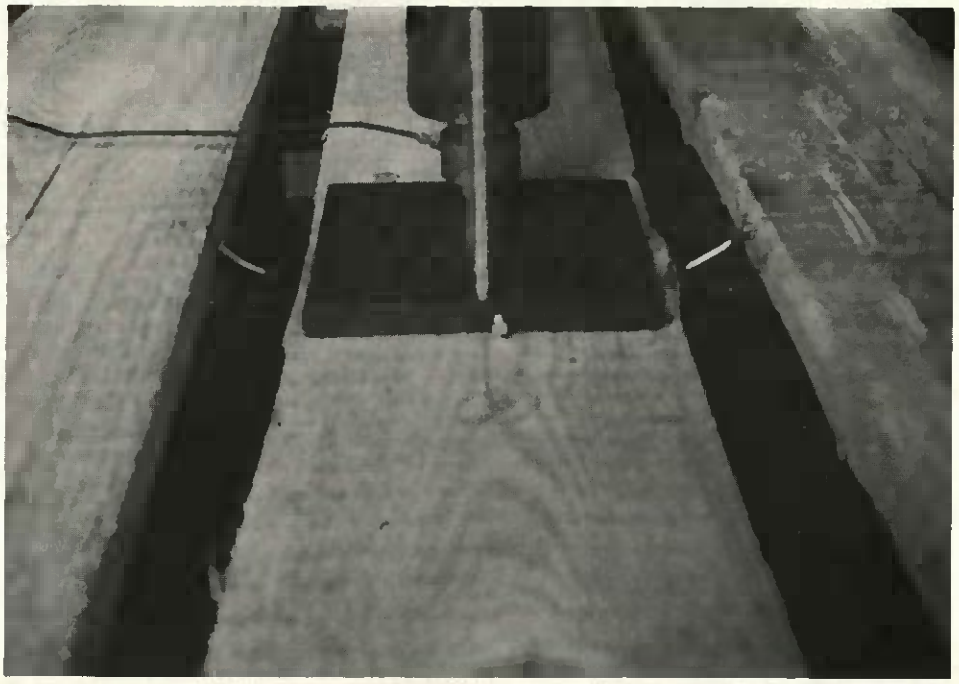
4



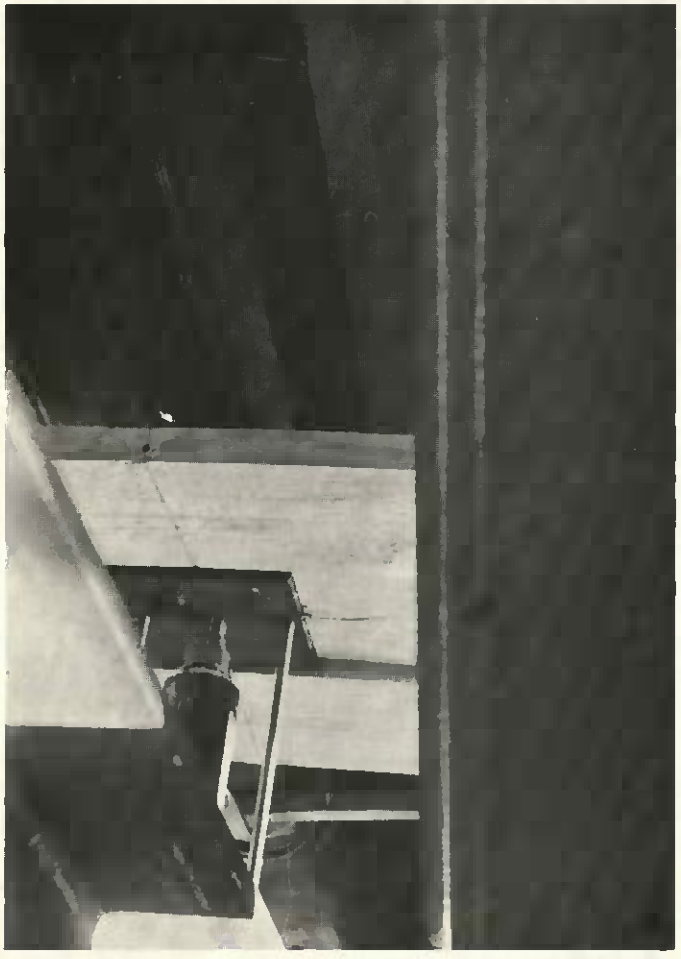
5



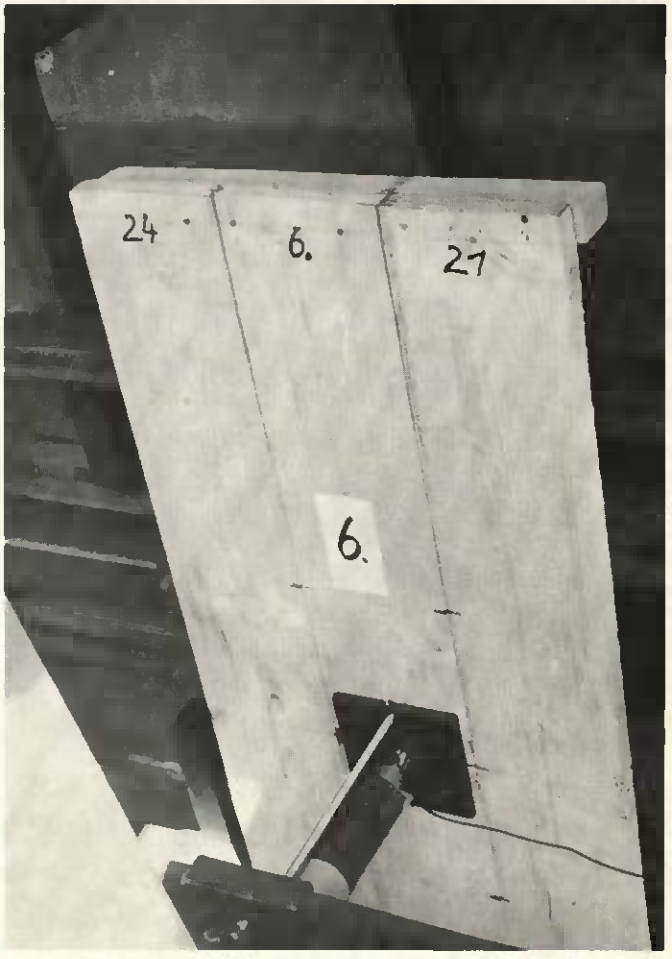
6



6

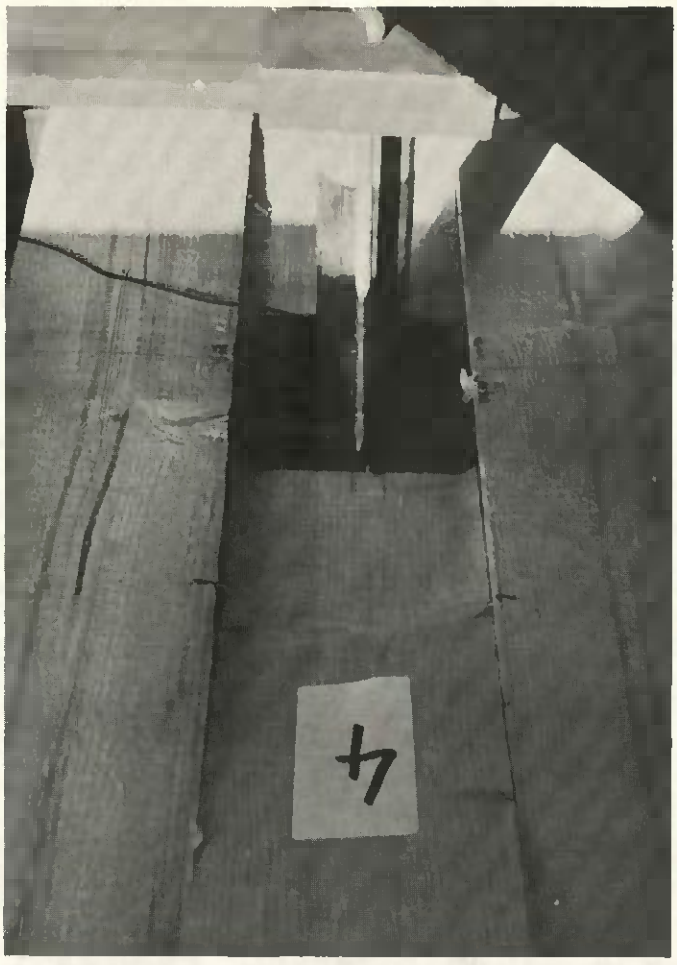


8

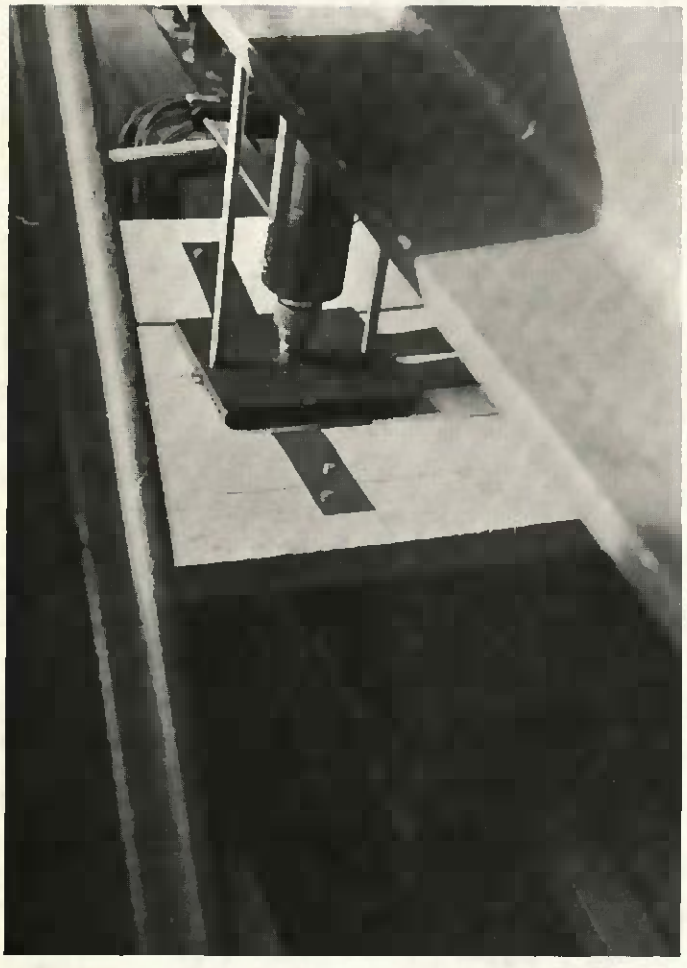


7

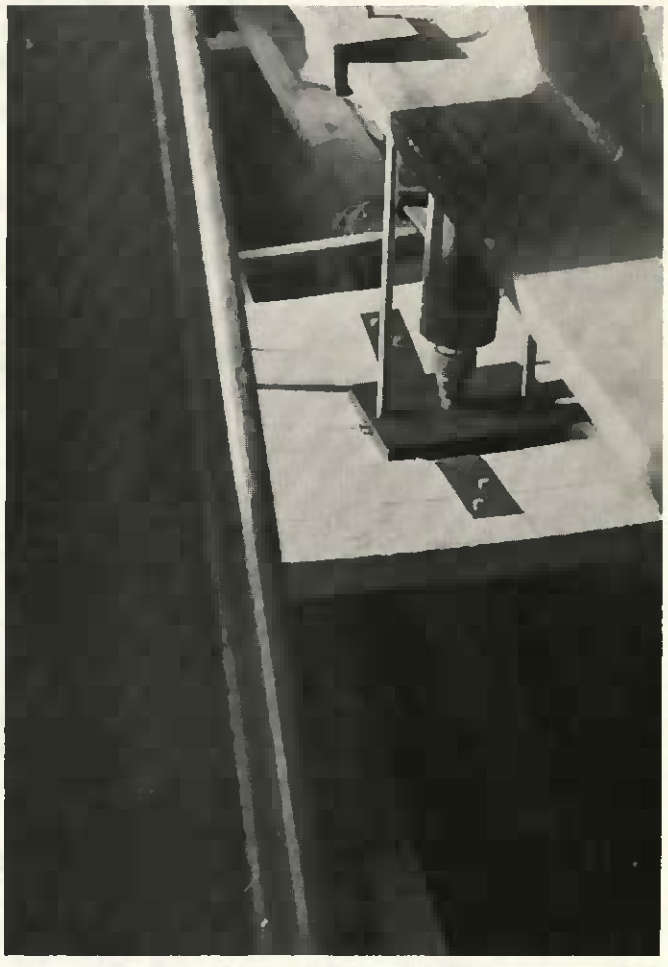
10



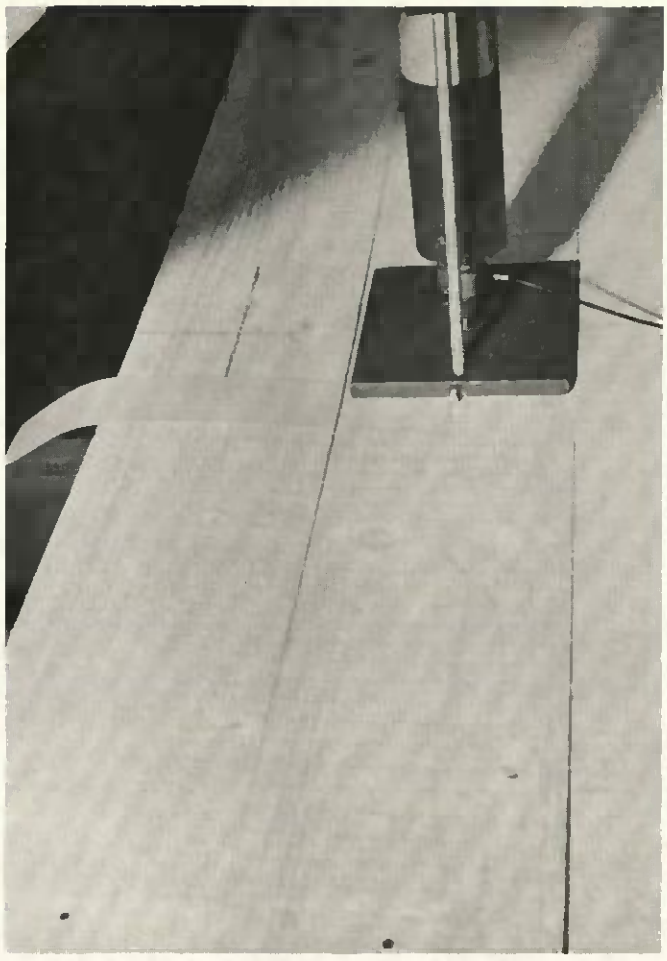
11



12

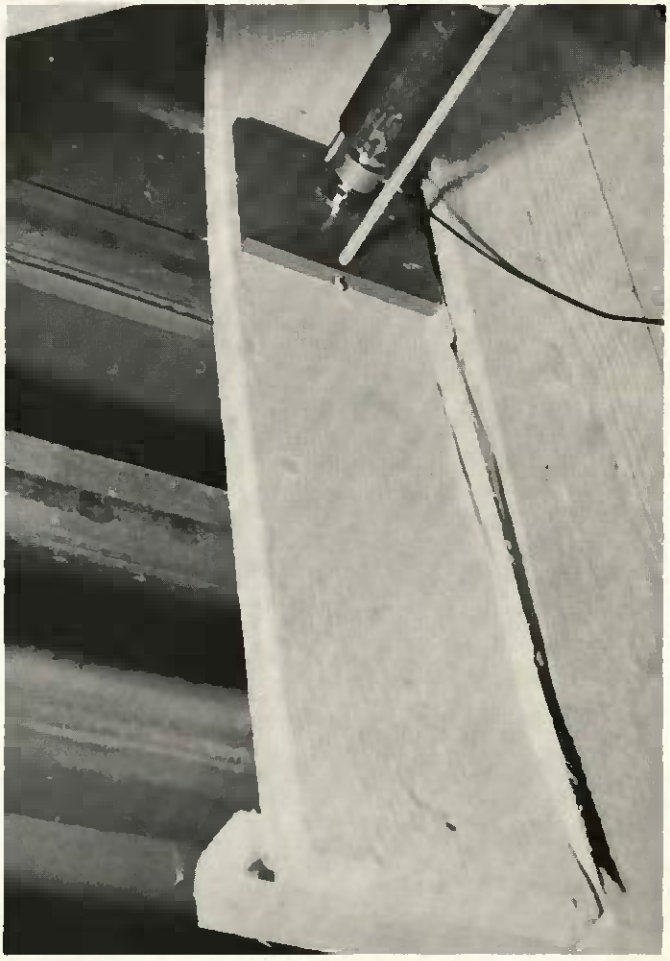


13



14

15



16

17

8. Zusammenfassung und Bemessungsvorschlag

Im Hinblick auf eine wirtschaftliche Verarbeitung kommen für den vorgesehenen Zweck nur wenige Verbindungsmittel in Frage:

Steckverbinder, Lamello-Holzverbinder,
Spundung,
Verleimung.

Außer diesen wurden untersucht, aber als nicht geeignet befunden:

runder Verbandstift,
Klammer-Verbindung,
Wellennagel,
Blechbandverbinder.

Es wurde sowohl der Fall untersucht, daß die Einzellast P = 1 kN auf das Randbrett wirkt als auch der Fall, daß sie auf eines der inneren Bretter einer 3-bretterigen bzw. 6-bretterigen Platte wirkt. Der Fall der Belastung des Randbrettes erscheint dem Arbeitsausschuß nicht der Praxis zu entsprechen und daher für die Bemessung nicht maßgebend. Die 6-bretterige Platte verhält sich zwar günstiger als die 3-bretterige, doch ist der Unterschied so gering, daß die 3-bretterige mittig belastete Platte als repräsentativ für den vorliegenden Problemkreis gelten kann. - Alle "tauglichen" Verbindungsmittel verhalten sich gleichartig.

Zweck der Untersuchungen war die Bestimmung der mitwirkenden Plattenbreite

$$b_m = c\ b = \frac{f_o}{f_v}\ b$$

wobei

b ... Brettbreite
$c = f_o : f_v$ ... Verteilungsfaktor
f_o ... Durchbiegung des belasteten unverbundenen Brettes
f_v ... " " " verbundenen " .

Der Verteilungsfaktor c wurde nach verschiedenen Theorien berechnet und mit den Versuchsergebnissen verglichen. Die Theorie der punktweise scharnierartig gekoppelten Balken mit Berücksichtigung des Torsionseinflusses vermag alle im Versuch beobachteten Erscheinungen zu erklären. Man erhält daraus für den Verteilungsfaktor c die einfache Beziehung

$$c = \frac{3 + 15\ \frac{b^2}{l^2}}{1 + 15\ \frac{b^2}{l^2}}$$

worin l die Spannweite bedeutet. - Voraussetzung dieser Formel sind

ein Verhältnis Schubmodul : Elastizitätsmodul = E : G = 1000 : 50 und gleiche Werte E und G der miteinander verbundenen Bretter. Die praktisch unvermeidbaren erheblichen Abweichungen von diesen Voraussetzungen haben einen Einfluß wie bei allen statisch unbestimmten Tragwerken und sind daher durch die zulässigen Rechenwerte von DIN 1052 abgedeckt. In der Formel verbleiben als wesentliche Einflüsse die Spannweite und die Brettbreite.

Die Formel wurde für ein Verbindungsmittel in der Mitte der Spannweite abgeleitet. Sowohl eine Vergleichsrechnung als auch die Ergebnisse früherer Arbeiten beweisen, daß diese Anordnung günstiger ist als zwei Verbindungsmittel in den Drittelspunkten. Eine Vermehrung auf drei Verbindungsmittel in den Viertelspunkten bringt nur eine unwesentliche Verbesserung.

Vernachlässigbar gering ist der Einfluß der Holzfeuchtigkeit. Ein Einfluß der Brettdicke konnte nicht festgestellt werden.

Mit Ausnahme der Verleimung verhielten sich die Verbindungsmittel im Bruchbereich schlechter als im elastischen Bereich. Eine Verbesserung der Verbindungsmittel in dieser Hinsicht wäre erwünscht (höhere Stahlqualität, vielleicht andere Form der Spundung). Die mittlere Bruchspannung aus den Versuchen, berechnet mit dem vorgeschlagenen und nur im elastischen Bereich gültigen Verteilungsfaktor c beträgt 5,4 kN/cm^2. Die geprüften Bretter lagen im Bereich zwischen besserer Güteklasse III und schlechterer Güteklasse I vorwiegend im Bereich der Güteklasse II. Die Automatik statisch unbestimmter Tragwerke, wonach sich stärkere Bauteile selbst helfen, schwächere aber entlastet werden, gestattet bei geeigneten Verbindungsmitteln auch im Bruchbereich die Anwendung der vorgeschlagenen Formel.

Die Einzellast von P = 1 kN wirkt nur kurzzeitig und sollte daher in DIN 1052 Blatt 1, 4.1.1. als Zusatzlast aufgenommen werden. - Der günstige Effekt der Durchlaufwirkung sollte in der Norm berücksichtigt werden ähnlich wie in den "Vorläufigen Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Dachschalungen aus Holzspanplatten oder Bau-Furnierplatten" Punkt 3.2. Änderungen infolge späterer Ausbesserungsarbeiten (Erläuterungen zu DIN 1052 Blatt 1, 5.1.2.) sind optisch nicht schwieriger feststellbar als bei Holzspanplatten oder Bau-Furnierplatten.

Hier nicht untersuchte Verbindungsmittel könnten von zu benennenden Prüfanstalten auf folgende Weise geprüft werden:

a) Bretter einer Güteklasse, Durchbiegung f_o gemessen.
b) 3-bretterige Platte, möglichst Bretter mit gleichem f_o.
c) Ein Verbindungsmittel in halber Spannweite.

d) Soll- und Istmaße des Brettquerschnittes und Holzfeuchtigkeit bei der Prüfung sind anzugeben.

e) Spannweite beliebig.

f) Durchbiegung des mittleren Brettes f_v gemessen, Verteilungsfaktor $c = f_o : f_v$ bestimmt.

g) Bruchlast festgestellt und mit c die Bruchspannung berechnet.

h) Es sind mindestens 6 Platten unter konstanten Bedingungen zu untersuchen.

Dachschalungen aus geeignet verbundenen Einzelbrettern können nach den Regeln der Statik und DIN 1052 Blatt 1 bemessen werden, wobei für die Verteilungsbreite der Einzellast von P = 1 kN angenommen werden darf:

$$b_m = c\ b = \frac{3 + 15\,\frac{b^2}{l^2}}{1 + 15\,\frac{b^2}{l^2}}\ b$$

worin

b ... kleinste Brettbreite

l ... kleinste Spannweite.

9. Schrifttum

Chwalla: Einführung in die Baustatik. Stahlbau-Verlags-GmbH Köln 1954.

Egner/Marten: Über die erforderliche Mindestdicke hölzerner Dachschalungen mit Querverbindungen. Fortschritte und Forschungen im Bauwesen, Reihe D Heft 9. Franckh'sche Verlagshandlung Stuttgart 1953.

Girkmann: Flächentragwerke. 6. Auflage. Springer Wien 1963.

Girkmann: Festigkeitslehre. Hochschulskriptenverlag Wien 1947.

Kreyszig: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. Vandenhoeck & Ruprecht Göttingen 1965.

Möhler: Versuche mit Doppelnägeln. Berichte aus der Bauforschung, Heft 24. Wilhelm Ernst & Sohn Berlin 1962.

Mucha: Dachschalungen aus Holz und Holzwerkstoffen. Bauen mit Holz Heft 1/1978.

Olsen/Reinitzhuber: Die zweiseitig gelagerte Platte. Wilhelm Ernst & Sohn Berlin 1950.

Rackwitz: Praktische Mathematik. Helmuth Bücking Verlag Prien 1961.

Schrof: Versuche über die mittragende Breite von hölzernen Dachschalungen mit Querverbindungen. Abschlußarbeit an der Fachhochschule Rosenheim WS 76/77.

Stiglat/Wippel: Platten. 2. Auflage. Wilhelm Ernst & Sohn Berlin 1973.

10. Kurzfassung

Das Hauptproblem bei der Bemessung von Dachschalungen aus Einzelbrettern stellt die Einzellast von P = 1 kN dar. Diese Last ist für Personen anzunehmen, welche das Dach bei Reinigungs- oder Reparaturarbeiten betreten. Wenn die Bretter nicht verbunden sind, muß diese Last von einem Brett aufgenommen und die Schalung daher verhältnismäßig dick bemessen werden. Um mit geringeren Brettdicken auszukommen werden die Bretter punktweise oder kontinuierlich verbunden (siehe Lichtbilder, Abschnitt 7). Auf Grund der Versuche im elastischen und im Bruchbereich und im Hinblick auf eine einfache Montage wurden die Verbindungsmittel 4.2.1. (Bilder 1 bis 5), 4.2.3. (Bilder 13 bis 15), 4.2.4. und 4.2.9. (Bilder 16 und 17) als geeignet befunden. Die mittragende Breite b_m kann in diesen Fällen nach folgender Formel berechnet werden:

$$b_m = c\,b = \frac{3 + 15\,\frac{b^2}{l^2}}{1 + 15\,\frac{b^2}{l^2}}\,b$$

b ... kleinste Brettbreite

l ... kleinste Spannweite.

Mit der ideellen mittragenden Breite b_m kann die erforderliche Brettdicke nach den Regeln der Statik bestimmt werden.