

E-75/111

BERICHT
PRAXISGERECHTE ANGABEN ZUR SEITEN-
STEIFIGKEIT VERLEIMTER BRETTSCHICHT-
TRÄGER

Prof. Dr.-Ing. K. Möhler
Lehrstuhl für
Ingenieurholzbau u. Baukonstruktionen
Universität (TH) Karlsruhe

BERICHT

PRAXISGERECHTE ANGABEN ZUR SEITENSTEIFIGKEIT VERLEIMTER BRETTSCHICHTTRÄGER

1. Ziel der Untersuchungen

DIN 1052, Bl. 1, schreibt in Abschnitt 8.2 zwingend vor, daß Druckgurte von Fachwerk- und Vollwandträgern gegen seitliches Ausweichen gesichert sein müssen. Hierzu müssen sie in bestimmten Abständen seitlich praktisch unverschieblich gehalten werden, was im Regelfall bei Dachträgern durch die Sparrenpfetten oder Pfetten erfolgt, die als Glieder eines Wind- und Aussteifungsverbandes oder in Verbindung mit diesen seitlich als unverschieblich angesehen werden können. Nur in Sonderfällen, vor allem bei Zwei- und Dreigelenkrahmen, ist der streckenweise auf Druck beanspruchte untere oder innere Gurt nicht durch die Dachzwischenträger gehalten, so daß hier zusätzlich Konstruktionsteile zur Abstützung vorgesehen werden müssen. Während der Druckgurt von Fachwerkträgern als Knickstab mit einer Knicklänge = Abstand der Querabstützungen nachzuweisen ist, sind bei Vollwandträgern mit I- oder Kastenquerschnitt gewisse Erleichterungen zulässig, da mit einer zusätzlichen seitlichen Halterung durch den Steg gerechnet werden kann. In gleicher Weise ist hiernach der rechteckige

Brettschichtträger mit $h/b > 4$ zu behandeln, während bei Trägerschlankheiten > 10 ein genauerer Kippnachweis gefordert wird.

Für die Bemessung der Aussteifungskonstruktion (Verbände, Träger oder Scheiben) ist nach Abs. 8.3 der DIN 1052, Bl. 1, wenn auf eine eingehende Rechnung verzichtet wird, eine gleichmäßig verteilte Seitenlast von

$$q_s = \frac{m \cdot N_{\text{Gurt}}}{30 \cdot L} \quad \text{in kp/m} \quad (1)$$

rechtwinklig zur Trägerebene nach beiden Richtungen wirkend anzunehmen. Dabei bedeutet m die Anzahl der auszusteifenden Druckgurte, N_{Gurt} die mittlere Gurtkraft in kp für den ungünstigsten Lastfall und L die Gesamtlänge in m des auf Druck beanspruchten Bereiches des abzustützenden Bauteiles.

Die für Fachwerkträger unter bestimmten Voraussetzungen und praktisch vorliegenden Imperfektionen zutreffende Bemessungsformel wurde nun seit Erscheinen der DIN 1052 auch auf Vollwandträger und insbesondere auf Brettschichtträger mit Rechteckquerschnitt angewendet, da genauere Rechenverfahren zur Bestimmung von q_s nicht verfügbar waren. Da Rechteckquerschnitte im Hinblick auf die im Vergleich zu Fachwerkträgern und I-Querschnitten höhere Drillsteifigkeit dem

seitlichen Ausweichen des Druckgurtes einen höheren Widerstand entgegensetzten, war zu vermuten, daß die auf die Aussteifungskonstruktion wirkende Seitenlast sich von der für Fachwerkträger nach Gl. (1) anzunehmenden Belastung in den praktisch vorliegenden Fällen mehr oder weniger unterscheidet. Ausgehend von der Dissertation B r ü n i n g h o f f sollten vereinfachte Bemessungsverfahren für die seitliche Stützung von Brettschichtträgern ausgearbeitet werden.

2. Ausarbeitung des Bemessungsverfahrens

B r ü n i n g h o f f hat 1972 in seiner Dissertation "Spannungen und Stabilität bei quergestützten Brettschichtträgern" eine genauere Berechnung der Seitenlast bei Brettschichtträgern vorgelegt. Dabei werden die Schnittkräfte des Verbandes und der Binder nach Theorie II. Ordnung aus den Verformungen des Gesamtsystems (Binder + Verband) ermittelt. Diese Verformungen setzen sich aus zwei Anteilen zusammen. Den ersten Teil bilden die Vorverformungen des unbelasteten Systems aus Fertigungs- und Montageungenauigkeiten, den zweiten die zusätzlichen seitlichen Verformungen nach Aufbringen der Vertikal- und Horizontalbelastung. Beide Teile selbst bestehen wieder aus einer sinusförmigen seitlichen horizontalen Auslenkung und einer Auslenkung aus Verdrillung des Trägerquerschnittes. Der Scheitelwert der Vorkrümmung wird mit

$\bar{u} = L/500$ und der Vorverdrehung mit $\bar{\varphi}$ in Abhängigkeit von \bar{u} zu $\bar{\varphi} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot s \cdot \frac{EI}{G \cdot I_D} \cdot \bar{u}$ angenommen. Man kann aufgrund durchgeführter Messungen davon ausgehen, daß diese Werte auf der Baustelle nach der Montage nicht überschritten werden bzw. ihre Einhaltung an Ort und Stelle nachgeprüft werden muß.

Die Ergebnisse der Berechnung nach Brüninghoff sind in der Formelzusammenstellung seiner Arbeit enthalten. Für den allgemeinen Fall eines durch Biegemoment und Normalkraft beanspruchten Brettschichtträgers bei Stützung im Abstand s und Lasteinleitung im Abstand e von der Trägerachse ergibt sich für den Seitenlastwert q_s ein sehr komplizierter Ausdruck, in dem neben der Biegesteifigkeit und Drillsteifigkeit des Trägers, den geometrischen Größen L , s , e , und den Vorverformungen \bar{u} und $\bar{\varphi}$; sowie der Trägerzahl m die Verbandsteifigkeit EI_w^* vorkommt. Für die Praxis wird damit die Handhabung dieser Formel, zumindest für die Normalfälle, zu aufwendig.

Brüninghoff gibt nun für den Regelfall des parallelgurtigen Brettschichtträgers, der im Obergurt belastet und dort auch seitlich gestützt ist, nach Einführung der Hilfsgröße

$\beta = \frac{2 GI_D}{h \cdot v \cdot M}$ eine entsprechend reduzierte Formel an, die lautet:

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \frac{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \frac{m}{h} \cdot 2 \cdot M \cdot \left[\bar{u} + \bar{\varphi} \cdot \frac{h}{2} \cdot (1 + \beta) \right] + \bar{w}}{1 + \beta} \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (2)$$

$$1 - \frac{v \cdot M}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \frac{h}{2m} \cdot EI_w^* \cdot (1 + \beta)}$$

Indem er nun den Nenner des obigen Ausdruckes gleich 0,8 setzt sowie den Windlastanteil \bar{w} außer acht läßt, kommt er nach einigen weiteren Vereinfachungen zu einer ähnlichen Seitenlastformel wie in DIN 1052

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \frac{m \cdot N_{\text{Gurt}}}{30 \cdot L} \cdot \frac{1}{1 + \beta} \quad (3)$$

die sich nur durch den Korrekturfaktor $\frac{1}{1 + \beta}$ unterscheidet. β berücksichtigt die Drillsteifigkeit der Binder und kann aus einem Diagramm in Abhängigkeit von der Binderbreite b und der Momentenbelastung M entnommen werden.

Durchgeführte Berechnungen, auf die später noch genauer eingegangen wird, haben allerdings gezeigt, daß die vereinfachende Annahme, den Nenner der oben aufgeführten reduzierten Formel (2)

$$1 - \frac{v \cdot M}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \frac{h}{2m} \cdot EI_w^* \cdot (1 + \beta)} \quad (4)$$

durch den Wert 0,8 zu ersetzen nur oberhalb einer bestimmten vorhandenen Mindeststeifigkeit des Aussteifungssystems als gültig angesehen werden kann. Wird wie in Gl. (1) eine Durchbiegung des Verbandes von $1/600$ der Stützweite L zugrunde gelegt, so wird die erforderliche Mindeststeifigkeit nicht erreicht, der Wert von 0,8 wird erheblich kleiner. Er liegt für die zul. Durchbiegung von $L/600$ etwa bei 0,58. D.h., daß bei derartigen Durchbiegungen in Wirklichkeit erheblich höhere Seitenlastwerte auftreten, als sie nach der vereinfachten Berechnungsformel ermittelt werden. Für sehr steife Verbände wiederum, die die Mindeststeifigkeit überschreiten, wird der Wert des Nenners größer als 0,8 und damit werden die mit 0,8 berechneten Seitenlastwerte höher als sie nach der genauen Berechnung würden. In diesem Falle liegen die Werte zwar auf der sicheren Seite, aber die Bemessung der Verbände wird umso unwirtschaftlicher, je mehr sich der tatsächlich vorhandene Nennerwert von dem vorausgesetzten Wert 0,8 nach oben unterscheidet.

Aus diesen Gründen erschien es zweckmäßig, zuerst Seitenlastwerte nach der genauen Berechnungsweise für verschiedene Stützweiten, Binderabschnitte, Querschnitte und Belastungen zu errechnen. Danach wurden diese Werte mit den errechneten Werten nach DIN 1052 verglichen. Mit dem Verhältniswert ϕ wurde eine

einfache Berechnung der wirklichen Seitenlastwerte mit der schon bekannten, nun aber erweiterten Formel möglich.

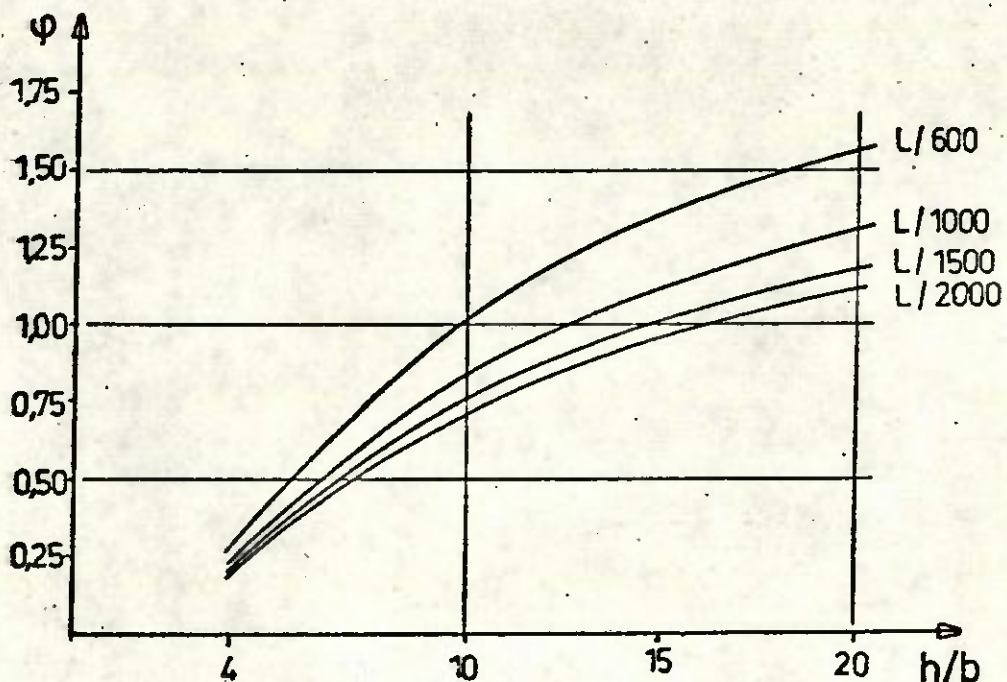
Diese lautet im Lastfall H :

$$\bar{q}_s = q_s \cdot \varphi \cdot \sin \frac{\pi}{L} x = \frac{m \cdot N_{\text{Gurt}}}{30 \cdot L} \cdot \varphi \cdot \sin \frac{\pi}{L} x$$

oder

$$\bar{q}_s = \frac{m \cdot M}{30 \cdot L \cdot h} \cdot \left[\frac{\xi}{1 + \frac{2000 \cdot b^3}{M}} + 17 \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (5)$$

Dabei errechnet sich die Gurtdruckkraft N aus M/h, wie dies bisher in den Erläuterungen zu DIN 1052 bereits angegeben ist. M ist in kpcm, L, h und b in cm einzusetzen. Die Seitenlast \bar{q}_s ergibt sich dann in kp/cm. Der Faktor φ ist in Abhängigkeit von h/b für verschiedene maximale Auslenkungen von L/600 bis L/2000 aus dem folgenden Diagramm zu entnehmen.



Berechnet wird der Faktor φ aus

$$\varphi = \frac{\xi}{1 + \frac{2000 \cdot b^3}{M}} + 17 \left(\frac{h}{L}\right)^2 \quad (6)$$

ξ kann für die im Diagramm aufgeführten Auslenkungen aus Tab. 1 entnommen werden. Für die im Diagramm dargestellten φ -Werte wurde der Wert für das Moment M in Gl. (6) aus der zulässigen Biegerandspannung des Rechteckquerschnittes mit der Breite b und der Höhe h ermittelt.

Werden die Randspannungen bei gleichem Querschnitt nicht ausgenutzt, so vermindert sich der Faktor φ , so daß die mit Hilfe des Diagrammes errechneten \bar{q}_s -Werte etwas höher ausfallen, als sie nach der genauen Berechnung tatsächlich wären. Sie liegen dann aber immer auf der sicheren Seite.

Tabelle 1

u	ξ	η
L/600	1,80	2,19
L/1000	1,47	1,81
L/1500	1,32	1,63
L/2000	1,25	1,53

Für den Lastfall HZ muß die Gleichung des Lastfalls H durch Hinzufügen des Windanteiles erweitert werden:

$$\bar{q}_s = \left(q_s \cdot \varphi + \frac{\eta}{n} \cdot w \right) \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (7)$$

oder

$$\bar{q}_s = \left(\frac{m \cdot N_{\text{Gurt}}}{30 \cdot L} \cdot \varphi + \frac{\eta}{n} \cdot w \right) \cdot \sin \frac{\pi}{L} x$$

n entspricht hierbei der Anzahl der eingebauten Wind- und Aussteifungsverbände. η ist ein Faktor, der den Einfluß der horizontalen Windlast erfaßt und auch Tab. 1 zu entnehmen ist. Wie aus dem Diagramm zu ersehen ist, werden bei einem bestimmten h/b -Wert eines Rechteckquerschnittes die Beiwerte φ mit wachsender Verbandsteifigkeit, ausgedrückt durch eine auf die Stützweite bezogene Auslenkung, immer kleiner. Außerdem verlangsamt sich die Verringerung des φ -wertes mit höherer Verbandsteifigkeit, so daß sich bei Auslenkungen $< L/2000$ nur noch relativ geringe Seitenlastabminderungen ergeben. Diese stehen dann aber in keinem Verhältnis zu dem Mehraufwand bei der Verbandsherstellung.

Da, wie später noch gezeigt, die bisher gebräuchlichen Verbandsarten meist so steif ausgeführt werden, daß in den wenigsten Fällen eine max. Auslenkung von $L/1000$ überschritten wird, ist es bei Annahme einer Auslenkung von $L/600$ meistens nicht nötig, die erf. Steifigkeit rechnerisch nachzuweisen.

Sollen jedoch die kleineren φ -Werte bei höheren Verbandsteifigkeiten ausgenutzt werden, so ist es in jedem Fall notwendig, bei Auslenkungen $\leq L/1000$ die erforderliche Verbandsteifigkeit EI_w^* zu überprüfen. Dazu lauten die Formeln:

$$\text{im LFH: } \min EI_w^* = \frac{v \cdot \bar{q}_s \cdot L^4}{u \cdot \pi^4} \quad (8)$$

und

$$\text{im LF HZ: } \min EI_w^* = \frac{v \cdot \bar{q}_s \cdot L^4}{u \cdot \pi^4} \quad (9)$$

In (7) und (8) ist die Sicherheit v mit 1,71 einzusetzen und für u wird die gewählte Auslenkung, d.h. $L/600 - L/2000$ eingesetzt.

EI_w^* wird berechnet aus

$$EI_w^* = \frac{1}{\frac{1}{EI_w} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \left(\frac{\kappa}{G \cdot F}\right)_w} \quad (10)$$

wobei EI_w die Biegesteifigkeit, $\left(\frac{\kappa}{G \cdot F}\right)$ die Schubsteifigkeit des Verbandes und κ die Schubverteilungszahl darstellt.

3. Durchgeführte Berechnungsgänge

Wie eingangs bereits erwähnt, war es für die Durchführung des Forschungsvorhabens zunächst einmal wichtig, genaue Seitenlastwerte nach den Formeln von **Brüninghoff** zu errechnen, um daraufhin Vergleiche anstellen und Vereinfachungen treffen zu können. Dazu wurden zuerst einige Verbandsarten schon verwirklichter Bauvorhaben nochmals mit Hilfe der

Brüninghoff'schen Formeln durchgerechnet. Dabei stellte sich heraus, daß die Beanspruchungen aus Seitenlast und Wind auf die Verbände um 10-50 % geringer angesetzt werden könnten, als dies aus der Berechnung nach DIN 1052 möglich gewesen wäre. Gleichzeitig wurde auch deutlich, daß in der Praxis meist andere Binderformen als der Parallelträger verwendet werden. Die Ableitung der Formeln von Brüninghoff basieren jedoch auf dem Parallelträger, so daß für Träger mit veränderlicher Bauhöhe und damit über die Länge veränderlichem Trägheitsmoment diese Formeln exakt nicht gelten. Lösungen ergeben sich daher nur durch eine neue Ueberarbeitung der Ausgangsgleichungen (Dgl), sowie deren Lösung.

Anschließend wurde ein Rechenprogramm in der Programmiersprache Fortran zur Ermittlung von Seitenlastwerten für verschiedene praxisnahe Stützweiten, Binderabstände, Verbandsarten usw. erstellt.

Gedanklich wurde dabei von einem Hallenbau mit 8 m Höhe und einer Binderanzahl von 9 ausgegangen, wobei die beiden Giebelbinder als 1 Binder gezählt wurden. Die Breite dieser Halle und damit die Stützweite der einzelnen Binder wurde zu 15, 20 und 25 m festgelegt, die Binderabstände jeweils zu 4, 5, 6 und 7 m. Die Binder selbst variierten in der Breite von ~~12~~ - 20 cm im 2 cm-Abstand und in der Trägerhöhe von

60 bis 240 cm, was einer Variation der h/b-Werte im Bereich von 3 - 20 entspricht. An den Giebelseiten wurden 2 Verbände angeordnet, von denen jeder 4 Binder auszusteifen hatte.

Als Windlast auf dem Giebel wurde eine gleichmäßig verteilte Last von $w = 240 \text{ kp/m}$ angenommen.

Für die gegebenen Querschnitte der Binder wurde dann die zulässige Belastung unter Berücksichtigung der zulässigen Schnittkräfte des Binders und des Verbandes, der zul. Kippsicherheit sowie der zul. Verformung und Beanspruchung der Verbindungsmittel berechnet. Aus der gefundenen zul. Gleichstreckenlast konnten dann nach Festlegung eines Verbandes und damit seiner Biegesteifigkeit EI_w^* die Verformungen und damit die Seitenlast im LF H und LF HZ bestimmt werden.

Zusätzlich wurden auch 4 verschiedene Verbandsausführungen angenommen, um deren Einfluß auf die Verformungen und Seitenlasten abschätzen zu können.

Die Gurte der Verbände wurden immer von 2 Brettschichtholzbindern gebildet. Gewählt wurden 2 Fachwerkverbände und 2 Scheibenverbände, die im Druckgurt der Binder angreifen. In den Anlagen 1 - 4 sind die unterschiedlichen Ausführungsarten beschrieben.

60 bis 240 cm, was einer Variation der h/b-Werte im Bereich von 3 - 20 entspricht. An den Giebelseiten wurden 2 Verbände angeordnet, von denen jeder 4 Binder auszusteifen hatte.

Als Windlast auf dem Giebel wurde eine gleichmäßig verteilte Last von $w = 240 \text{ kp/m}$ angenommen.

Für die gegebenen Querschnitte der Binder wurde dann die zulässige Belastung unter Berücksichtigung der zulässigen Schnittkräfte des Binders und des Verbandes, der zul. Kipp-sicherheit sowie der zul. Verformung und Beanspruchung der Verbindungsmittel berechnet. Aus der gefundenen zul. Gleichstreckenlast konnten dann nach Festlegung eines Verbandes und damit seiner Biegesteifigkeit EI_w^* die Verformungen und damit die Seitenlast im LF H und LF HZ bestimmt werden.

Zusätzlich wurden auch 4 verschiedene Verbandsausführungen angenommen, um deren Einfluß auf die Verformungen und Seitenlasten abschätzen zu können.

Die Gurte der Verbände wurden immer von 2 Brettschichtholzbindern gebildet. Gewählt wurden 2 Fachwerkverbände und 2 Scheibenverbände, die im Druckgurt der Binder angreifen. In den Anlagen 1 - 4 sind die unterschiedlichen Ausführungsarten beschrieben.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen bestätigten den schon bekannten Verlauf der Seitenkräfte in Abhängigkeit von h/b . Während für gedrungene Querschnitte bis $h/b = 3 - 9$ bzw. bis $h/b = 14$, je nach Verbandssteifigkeit die Maximalwerte q_s nach DIN 1052 größer sind als die genaueren Werte, überschreiten oberhalb dieser Grenzen die q_s -Werte nach Gl. (5) die DIN-Werte.

Die in den Anlagen dargestellten Verbände besitzen alle relativ hohe Steifigkeiten, wobei die Durchbiegungen im Lastfall H im allgemeinen unter $L/1000$ bleiben. Lediglich die Verbandsausführung mit Holzdiagonalen und deren Anschlüsse über Knotenplatten überschreitet im LF HZ diesen Grenzwert. Diese Ergebnisse schienen zuerst die Annahme von Brüninghoff zu bestätigen, in seiner vereinfachten Formel den Nenner durch 0,8 zu ersetzen. Bei weiteren Berechnungen stellte sich dann allerdings heraus, daß dieser Wert nur ab einer bestimmten max. Durchbiegung zulässig ist. In den durchgerechneten Beispielen der Anlagen 1, 3 und 4 wurde der Wert von 0,8 aufgrund der hohen Steifigkeiten durchweg übertroffen oder zumindest erreicht.

Um nun eine vereinfachte Seitenlastformel zu finden, wurden die Gleichungen der schrittweisen Vereinfachungen, die für den Sonderfall der Lasteintragung und seitl. Abstützung in $h/2$ oberhalb der Binderlängsachse gelten, aus der genauen

Seitenlastgleichung in das Programm mit einbezogen und die Ergebnisse miteinander verglichen.

Die am stärksten vereinfachte Formel

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \frac{m \cdot N}{30 \cdot L(1+\beta)} \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (11)$$

mit $N = \frac{3}{2} \frac{M}{h}$ und $\beta = \frac{2GI_D}{v \cdot h \cdot M}$ ergab Werte, die kleiner sind als nach der genauen Seitenlastformel und somit auf der unsicheren Seite liegen. Zudem zeigte sich, daß durch den Wegfall des Verdrehungsanteiles auch der Unterschied zwischen genauem und näherungsweise Wert mit wachsendem Verhältnis h/b größer wurde. Sehr nahe an den genauen Werten und auf der sicheren Seite liegen dagegen die Ergebnisse der Seitenlastgleichung:

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \frac{m \cdot M}{20 \cdot L \cdot h \cdot (1+\beta)} \cdot \left[1 + 17 \cdot \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cdot (1+\beta) \right] \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (12)$$

In dieser Formel wird der Verdrehungsanteil in der Verformung des Binders berücksichtigt. Dennoch ist auch diese Formel für die Praxis relativ unhandlich, da das Moment M als 1. Glied einer Fourierreihe ausgedrückt werden muß und zudem β entweder aus $\frac{2GI_D}{v \cdot M \cdot h}$ errechnet, oder aus einer Tafel in Abhängigkeit von der Breite b und dem Moment M abgelesen werden müßte.

Für die weitere Untersuchung der Seitenlasten wurde es erforderlich, Rechteckquerschnitte mit verschiedenen h/b -Werten, aber gleichen Momentenbeanspruchungen miteinander zu vergleichen. Es wurde daraufhin ein neues Rechenprogramm erstellt, das die Querschnittswerte der einzelnen Träger in Abhängigkeit von vorgegebenen h/b -Werten und gleich hohen zul. Randspannungen bestimmte. Dabei wurden in Abweichung zum vorangegangenen Programm keine vorbemessenen Verbände eingerechnet, sondern es wurde die erforderliche Verbandsteifigkeit ermittelt, um für den Verband ein bestimmtes Maß an zusätzlicher Auslenkung zu erreichen. In den Erläuterungen zur DIN 1052 ist eindeutig festgelegt worden, daß Wind- oder Aussteifungsverbände keine größeren Durchbiegungen als $L/600$ der Stützweite aufweisen dürfen. Andernfalls trifft der Wert 30 im Nenner der Gleichung (1) nicht mehr zu.

Variiert wurden auch hier, wie bei den vorangegangenen Berechnungen die Stützweite, der Binderabstand, die Belastung, die zulässige Randspannung, sowie das Verhältnis h/b . Dabei stellte sich heraus, daß der für den Nenner aus Formel (2) angenommene Wert von 0,8 nur für Verbandsteifigkeiten EI_w^* ab einer gewissen unteren Grenze zutrifft. Sie liegt im Lastfall H in Höhe der Verbandsdurchbiegung von $1/1800$ bis $1/2000$ der Stützweite L . Diese Durchbiegungen wurden in etwa auch in den durchgerechneten Verbandsbeispielen eingehalten.

(Siehe Anlage 5). Aus diesem Grund kann auch Gleichung (12) nicht direkt übernommen werden. Da der Nenner in Abhängigkeit von der Verbandssteifigkeit sich ändert, so muß auch Gleichung (12) abhängig von EI_w^* sein. Ansonsten wäre, ausgehend von einer zul. Verbandsdurchbiegung von $L/600$, die Ersparnis an Seitenlast in den kleinen h/b Verhältnissen gegenüber DIN 1052 sehr gering und damit nur wenig interessant.

Da sich Formel (12) dem genauen errechneten Seitenlastverlauf in Abhängigkeit von h/b gut anpasst, wurde ein Korrekturfaktor ξ (siehe Tab. 1) in Abhängigkeit von der angegebenen max. Verbandsdurchbiegung mit in den Klammerausdruck von Gl. (12) eingeführt. Dieser Faktor setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen. Zum Ersten korrigiert er den tatsächlich auftretenden Nennerwert aus Gl. (2) auf den in der Ableitung von Gl. (12) angenommenen Wert von 0,8. Zum Zweiten beinhaltet er das Verhältnis vom Biegemoment des Binders aus vertikaler Gleichstreckenlast $M = \frac{qL^2}{8}$ zu dem aus dem Fourierreihenansatz kommenden Moment $M = \frac{8}{3\pi} \frac{4}{\pi^3} L^2 \cdot q = \frac{qL^2}{9,13}$ aus sinusförmiger Belastung. Zum Dritten ist im Korrekturfaktor ξ die Umrechnung des Nennerwertes 20 in Gl. (12) zur Angleichung an Formel (1) zum Wert 30 eingerechnet. Die Anordnung von ξ in der Klammer hat den Vorteil, daß die unvermeidliche Streuung der mit Gleichung (6) näherungsweise

ermittelten Seitenlastwerte weiter vermindert wird.

Gleichung (12) lautet nun

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \frac{m \cdot M}{30 \cdot L \cdot h} \cdot \left[\frac{\xi}{1+\beta} + 17 \cdot \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (13)$$

wobei ξ aus Tab. 1 entnommen werden kann.

Wird auch $\beta = \frac{2GI_D}{v \cdot h \cdot M}$ in Formel (12) eingesetzt, so geht diese über in

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \frac{m \cdot M}{30 \cdot L \cdot h} \left[\frac{\xi}{1 + \frac{2000 \cdot b^3}{M}} + 17 \cdot \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (14)$$

Mit dem Wert φ für den Ausdruck in der eckigen Klammer erhält man

$$\varphi = \frac{\xi}{1 + \frac{2000 \cdot b^3}{M}} + 17 \cdot \left(\frac{h}{L} \right)^2 \quad (15)$$

Diese Formel gilt aber nur für den Lastfall H. Da gerade bei Wind- und Aussteifungsverbänden der Lastfall HZ weit häufiger auftritt, mußte in die Formel auch ein Lastanteil aus Wind mit einbezogen werden. Ausgehend von Gl. (2) wurde der Wert \bar{w} als Fourierreihenansatz umgerechnet auf w als Gleichstreckenlast, sowie wiederum wie im Lastfall H, der Nenner von Gl. (2) durch einen Korrekturfaktor in Abhängigkeit der Verbandssteifigkeit auf den Wert 0,8 gebracht. Aus diesen beiden Verhältniswerten entstanden die in Tabelle 1 angegebenen η -Werte.

Gleichung (14) erweitert sich damit zu

$$\frac{1}{v} q_{wv} = \left[\frac{m \cdot M}{30 \cdot L \cdot h} \cdot \left(\frac{\xi}{1 + \frac{2000 \cdot b^3}{M}} + 17 \cdot \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right) + \frac{\eta \cdot w}{n} \right] \cdot \sin \frac{\pi}{L} x \quad (16)$$

oder kurz:

$$\bar{q}_s = \left(\bar{q}_s \cdot \varphi + \frac{\eta \cdot w}{n} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{L} x$$

n bedeutet in der Formel die Anzahl der Verbände, auf die die angreifende Windlast verteilt wird. w ist die aus DIN 1055 ermittelte Windlast, die als Gleichstreckenlast am Binder angreift. Sie wird in kp/cm in die Formel eingesetzt.

An dieser Stelle wäre noch zu erwähnen, daß auch versucht wurde anhand der nach der Brüninghoff'schen Formel errechneten genauen Seitenlastwerte eine einfache Funktion in Abhängigkeit von h/b zu finden. Es erwies sich aber, daß bei geringer Parameterzahl in den angewandten Funktionen die Ergebnisse zu ungenau sind, d.h. stark streuten oder bei mehreren eingesetzten Parametern die Gleichungen wieder zu umfangreich wurden. Aus diesem Grunde wurde wieder auf die vereinfachte Formel (12) zurückgegriffen, die gegenüber den genauen Werten die beste Näherung aufweist.

4. Praktische Anwendung des Berechnungsverfahrens

Aus den Seitenlasten ergibt sich eine sinusförmige Belastung auf die Aussteifungs- und Windverbände.

Daß dieser Verlauf der Seitenlast der Wirklichkeit besser entspricht, als eine gleichmäßige Verteilung der Seitenlast über die Länge des Binders ist leicht einsehbar, wenn die Gabellagerung der Binder am Auflager beachtet wird. Dort kann der Binder seitlich nicht ausweichen und daher auch keine Seitenlast erzeugen.

Die Schnittkräfte der Verbände errechnen sich demnach wie folgt

$$\text{im Lastfall H : } Q(x) = \bar{q}_s \cdot \frac{L}{\pi} \cdot \cos \frac{\pi}{L} x$$

$$M(x) = \bar{q}_s \cdot \frac{L^2}{\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi}{L} x$$

$$\text{im Lastfall HZ: } Q(x) = \bar{q}_s \cdot \frac{L}{\pi} \cdot \cos \frac{\pi}{L} x$$

$$M(x) = \bar{q}_s \cdot \frac{L^2}{\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi}{L} x$$

Hervorzuheben ist der cosinusförmige Verlauf der Querkraft. Er bewirkt gegenüber der herkömmlichen Berechnungsweise eine starke Abminderung der maximalen Querkraft am Auflager des Aussteifungsverbandes.

Es muß aber beachtet werden, daß die Querkraft sich nun nicht mehr linear zur Mitte des Trägers hin verkleinert

wie bei einer Belastung aus Gleichstreckenlast, sondern cosinusförmig abnimmt.

Beispiel:

Die Berechnungsweise soll kurz an einem Beispiel verdeutlicht werden:

Die Annahme von parallelgurtigen Brettschichtholzbindern der Gkl. I, einer Stützweite von $L = 2000$ cm, einer Gleichstreckenlast von $q = 10$ kp/cm pro Binder, $m = 4$ auszusteifender Binder pro Verband, sowie einer Windlast von $w = 2,4$ kp/cm, die sich auf $n = 2$ Verbände verteilt, und einer angenommenen Biegerandspannung von $\sigma = 135$ kp/cm² ergibt für $h/b = 8$ ein Rechteckquerschnitt mit $b = 15,1$ cm und $h = 121,1$ cm.

Wird eine Auslenkung des Aussteifungsverbandes von $L/600$ zugelassen, so ergibt sich der max. Seitenlastwert in Trägermitte für $\varphi = 0,814$ aus dem Diagramm im LF H zu:

$$\bar{q}_s = \frac{m \cdot M}{30 \cdot L \cdot h} \cdot \varphi = \frac{4 \cdot 10 \cdot 2000}{30 \cdot 8 \cdot 121,1} \cdot 0,814 = 2,75 \cdot 0,814 = 2,24 \text{ kp/cm}$$

Das sind 19 % weniger als nach der Berechnung nach DIN 1052.

Im LF HZ ergibt sich mit $\eta = 2,19$ für $L/600$ aus Tabelle 1

$$\bar{q}_s = \bar{q}_s + \frac{\eta \cdot w}{n} = 2,24 + \frac{2,19 \cdot 2,4}{2} = 2,24 + 2,63 = 4,87 \text{ kp/cm}$$

Nach DIN 1052 ergäbe sich eine Seitenlast von:

$$q_s(\text{HZ}) = q_s(\text{H}) + \frac{w}{2} = 2,75 + 1,20 = 3,95 \text{ kp/cm}$$

In diesem Falle würde der Maximalwert der Seitenlast im LF HZ nach Brünninghoff um 18 % über dem nach DIN 1052 berechneten Wert liegen. Wird nur eine horizontale Auslenkung von $L/2000$ des Verbandes zugelassen, so ist $\varphi = 0,59$ und $\eta = 1,53$.

Damit vermindern sich die auftretenden Seitenlasten im LF HZ zu

$$\bar{q}_s = 2,75 \cdot 0,59 = 1,62 \text{ kp/cm} \quad \text{entsprechend einer Verminderung von 41 \% gegenüber DIN 1052 und im LF HZ auf}$$
$$\bar{q}_s = 1,62 + \frac{1,53 \cdot 2,4}{2} = 1,62 + 1,84 = 3,46 \text{ kp/cm}$$

was gegenüber DIN 1052 eine Abminderung von 12 % bedeutet.

Die Schnittkräfte errechnen sich für den Fall der maximalen Verbandsauslenkung von $L/600$ im Lastfall H wie folgt:

$$Q(x) = \bar{q}_s \cdot \frac{L}{\pi} \cos \frac{\pi}{L} x = 2,24 \cdot \frac{2000}{\pi} \cos \frac{\pi}{L} x$$

$$\max Q = Q(L=0) = 1426 \text{ kp}$$

$$M(x) = \bar{q}_s \cdot \frac{L^2}{2} \sin \frac{\pi}{L} x = 2,24 \cdot \frac{2000^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi}{L} x$$

$$\max M = M(L/2) = 0,91 \cdot 10^6 \text{ kpcm}$$

Aus der Berechnung nach DIN 1052 würden sich ergeben:

$$\max Q = \frac{q_s \cdot L}{2} = \frac{2,75 \cdot 2000}{2} = 2750 \text{ kp}$$

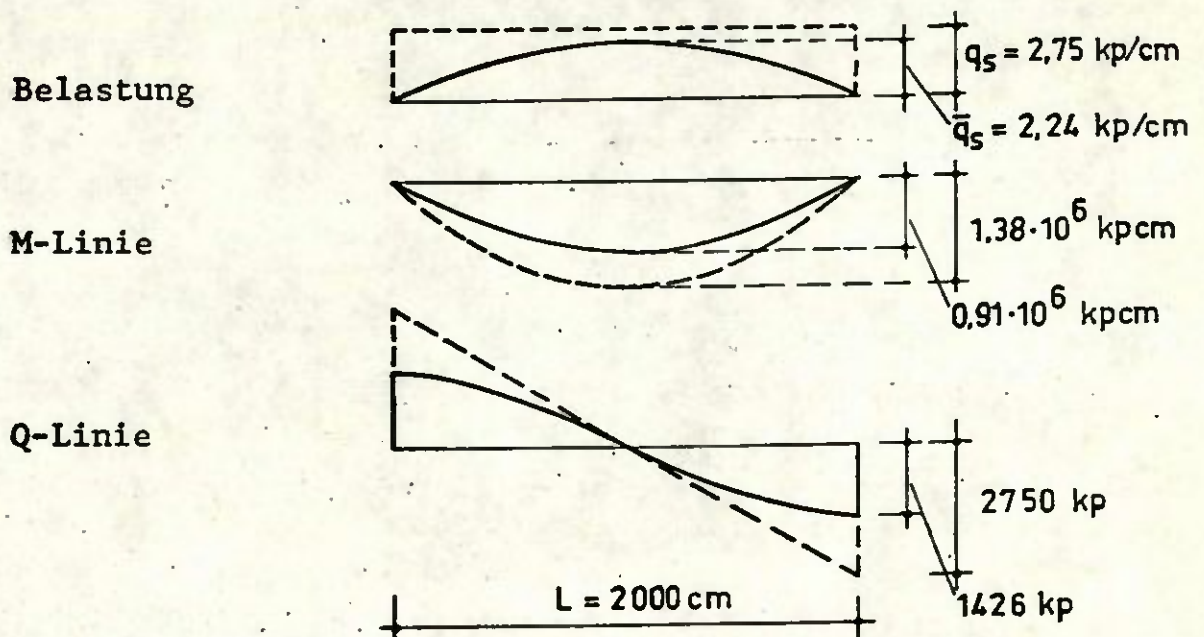
$$\max M = \frac{q_s \cdot L^2}{8} = \frac{2,75 \cdot 2000^2}{8} = 1,38 \cdot 10^6 \text{ kpcm}$$

Daraus folgt, daß die genauere Berechnungsweise in diesem Fall für die max. Querkraft eine Abminderung von 48,2 % und für das maximale Moment eine Abminderung von 34 % ergibt.

Für die Bemessung der Aussteifungsverbände ist in der Regel die Querkraft maßgebend.

In nachstehender Skizze ist der Verlauf der Belastung und der Schnittkräfte über die Trägerlänge nach der genaueren Berechnungsweise und nach der Näherung DIN 1052 dargestellt.

Belastung und Schnittkraftverlauf für den Aussteifungsverband nach Beispiel

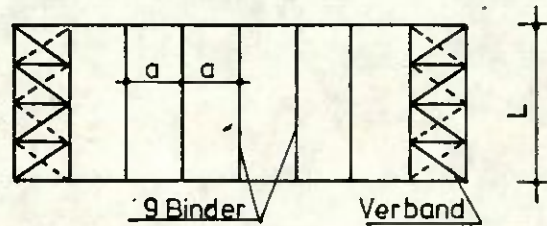


— genauere Berechnung
- - - Näherung DIN 1052

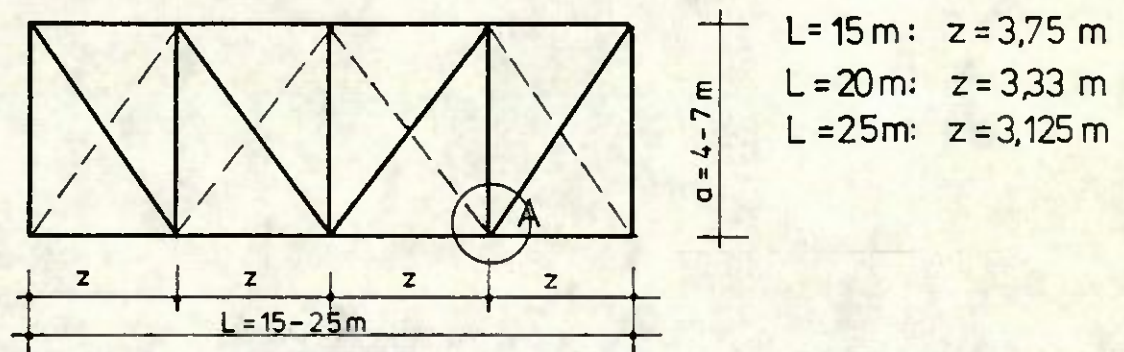
Aussteifungs- und Windverbandausführung 1

Fachwerk mit Pfosten und Stahldiagonalen

Anordnung im Hallengrundriss

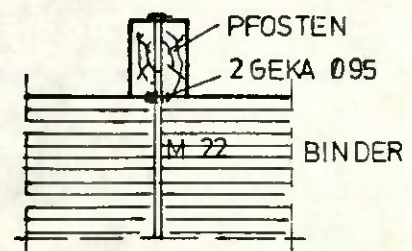
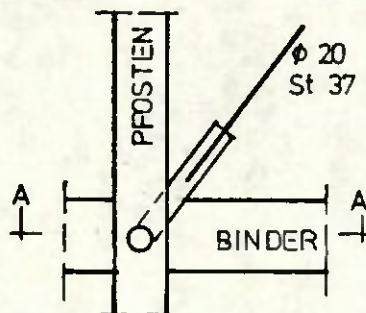


Verband



- Gurte: Parallelträger aus Brettschichtholz Gkl I
 Pfosten: Kantholz 14/20cm GklII. Bilden gleichzeitig auch Dachpfetten
 Diagonalen: Rundstahl St 37 ϕ 20 mm (Zugstäbe)
 Verb.-mittel: 2 Geka einseitig ϕ 95, M 22

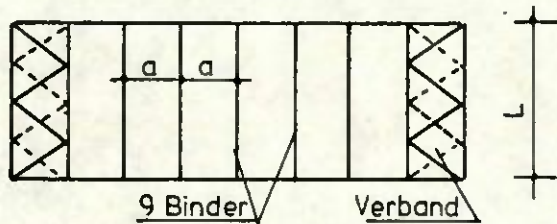
Detail A



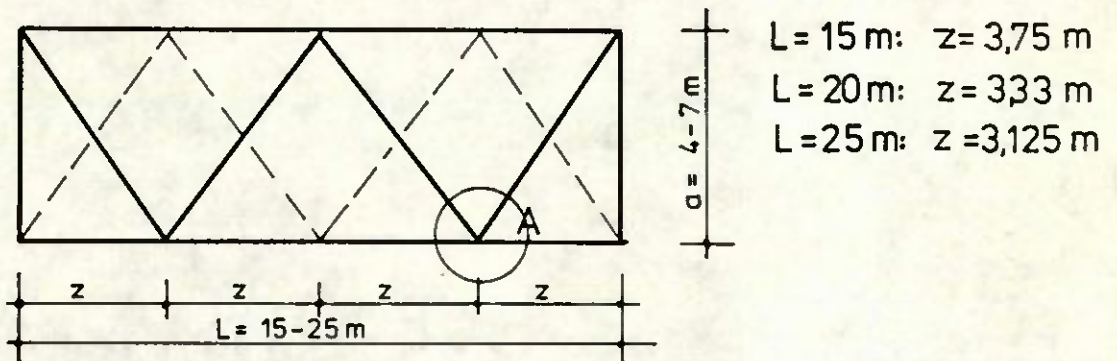
Schnitt A-A

Aussteifungs- und Windverbandausführung 2 Fachwerk mit Streben gleicher Neigung

Anordnung im Hallengrundriss

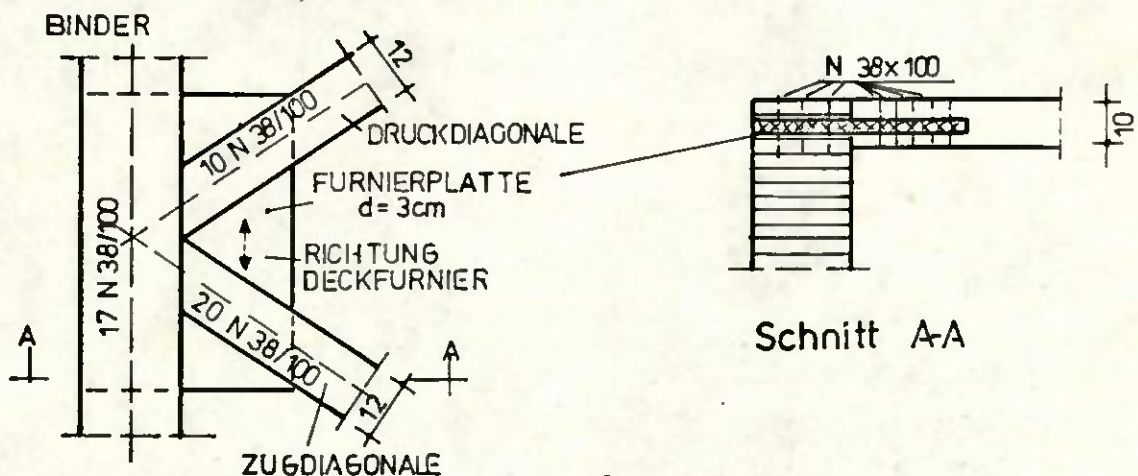


Verband



- Gurte: Parallelträger aus Brettschichtholz Gkl I
 Diagonalen: Kantholz 12/10 cm Gkl II (Druck- und Zugstäbe)
 Verb.-mittel: Nägel 38 x 100
 Anschluss: Über eingeschlitzte Furnierplatten d=30 cm

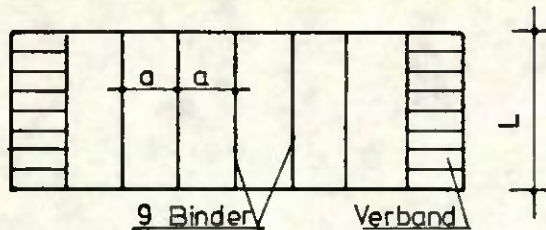
Detail A



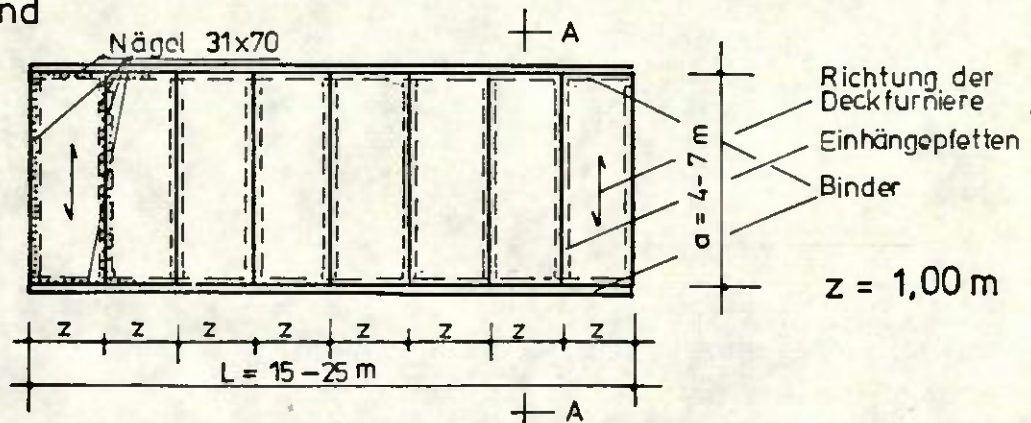
Aussteifungs- und Windverbandausführung 3

Scheibe aus Furnierplatten über 1 Binderfeld (Schubfeld)

Anordnung im Hallengrundriss

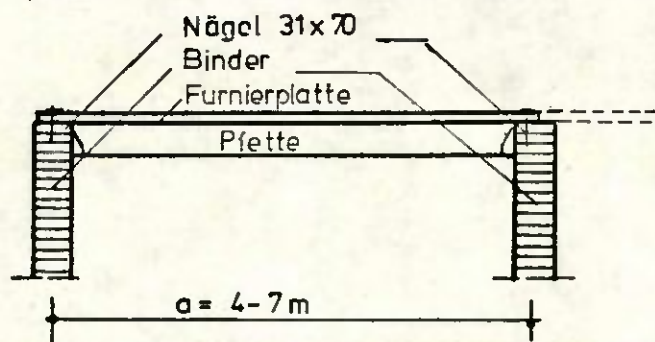


Verband



- Gurte: Parallelträger aus Brettschichtholz Gkl I
 Scheibe: Aus Furnierplatten $d/z/a = 3/100/a$
 Bei großem a Verbindung der Platten durch Schäftstoss
 Verb.-mittel: Nägel 31x70 im Abstand von $e=5\text{cm}$
 Nagelung aller Plattenränder

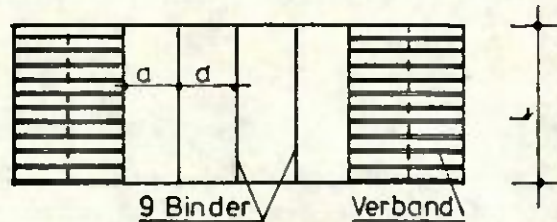
Schnitt A-A



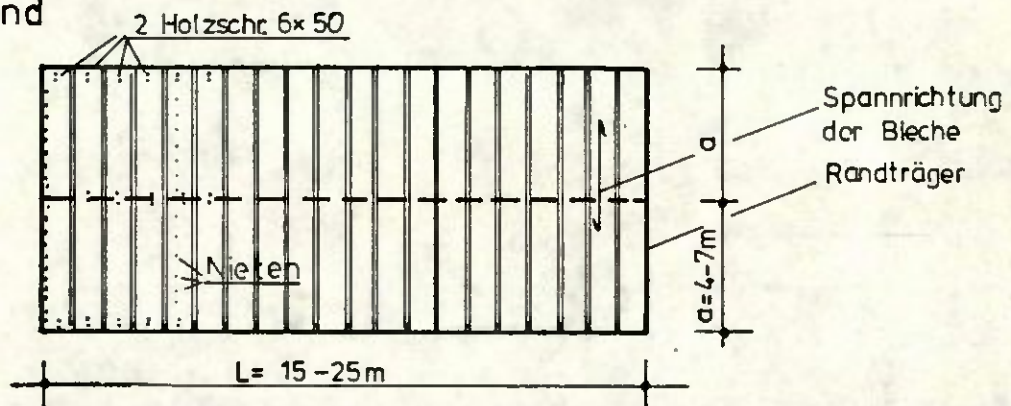
Aussteifungs- und Windverbandausführung 4

Scheibe aus Stahltrapezblechprofiltafeln über 2 Binderfeldern (Schubfeld)

Anordnung im Hallengrundriss

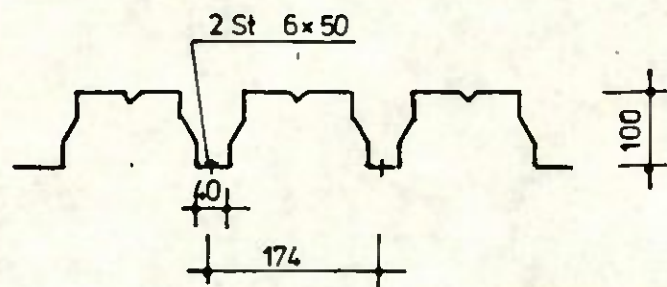


Verband



- Gurte: Parallelträger aus Brettschichtholz Gkl.I
 Scheibe: Stahltrapezblechprofiltafeln 100/174 der
 Fa Forges D'Haironville
 Blechstärke $t = 1,25$ mm
 Verb.-mittel: Holzschrauben 6×50 verzinkt
 2 in jeder Tiefsicke
 An den Längsrändern der Tafeln
 Verbindung durch Fero-Niete $\phi 50$, $e = 20$ cm
 Befestigung am Randträger durch Holz schr.
 6×50 , $e = 8,8$ cm

Profil



Verbandssteifigkeit EI_w , Seitenlasten q_s und horizontale Auslenkungen f im Lastfall H und HZ für die Verbandsausführungen nach Anlage 1-4.

Die angegebenen Werte sind für die Binderabmessungen von $b = 16 \text{ cm}$ und $h = 120 \text{ cm}$ ($h/b = 7,5$), Aussteifung von 4 Bindern durch einen Verband, einer Windbelastung von $2,4 \text{ kp/cm}$ im LF HZ und für die maximale vertikale Belastung unter Berücksichtigung der zulässigen Schnittkräfte des Binders und des Verbandes berechnet worden. Als Verbandsgurte wurden jeweils die halben Binderquerschnitte $b \cdot h/2$ in die Rechnung eingeführt.

a) Verbandsausführung 1

L cm	a m	$EI_w^* \cdot 10^{11}$ kpcm ²	Lastfall H			Lastfall HZ		
			q_s kp/cm	f cm	L/f	q_s kp/cm	f cm	L/f
1500	4	2,96	2,05	0,61	2459	3,75	1,12	1339
	5	3,33	2,02	0,54	2778	3,70	0,99	1515
	6	3,49	2,01	0,51	2941	3,69	0,94	1595
	7	3,53	2,01	0,51	2941	3,68	0,94	1595
2000	4	5,08	1,36	0,75	2666	3,09	1,71	1169
	5	5,58	1,37	0,69	2898	3,08	1,55	1290
	6	5,76	1,36	0,66	3030	3,07	1,50	1333
	7	5,76	1,36	0,66	3030	3,07	1,50	1333
2500	4	7,60	1,02	0,92	2717	2,77	2,50	1000
	5	8,31	1,01	0,83	3012	2,74	2,26	1106
	6	8,55	1,00	0,80	3125	2,73	2,19	1141
	7	8,51	1,00	0,81	3086	2,73	2,20	1136

b) Verbandsausführung 2

L cm	a m	$EI_w^* \cdot 10^{11}$ kpcm ²	Lastfall H			Lastfall HZ		
			q_s kp/cm	f cm	L/f	q_s kp/cm	f cm	L/f
1500	4	1,24	1,84	1,32	1136	3,70	2,66	564
	5	1,61	2,17	1,20	1250	4,04	2,24	670
	6	1,91	2,29	1,06	1415	4,13	1,91	877
	7	2,16	2,24	0,92	1630	4,04	1,66	904
2000	4	2,21	1,05	1,34	1492	2,90	3,70	541
	5	2,83	1,30	1,29	1550	3,17	3,15	634
	6	3,31	1,45	1,23	1626	3,31	2,81	712
	7	3,69	1,54	1,18	1694	3,40	2,59	772
2500	4	3,43	0,60	1,21	2066	2,38	4,78	523
	5	4,35	0,76	1,21	2066	2,57	4,05	617
	6	5,01	0,86	1,19	2100	2,69	3,64	687
	7	5,58	0,95	1,17	2136	2,76	3,40	735

c) Verbandsausführung 3

1500	4	7,79	1,81	0,21	7142	3,39	0,39	3846
	5	10,04	2,18	0,19	7894	3,76	0,32	4687
	6	13,38	2,17	0,14	10714	3,74	0,25	6000
	7	16,38	2,16	0,12	12500	3,72	0,20	7500
2000	4	12,26	1,45	0,32	6250	3,07	0,68	2941
	5	17,50	1,43	0,23	8695	3,02	0,49	4081
	6	23,13	1,42	0,17	11764	3,00	0,36	5555
	7	28,50	1,41	0,14	14285	2,98	0,29	6897

c) Verbandsausführung 3

L cm	a m	$EI_w^* \cdot 10^{11}$ kpcm ²	Lastfall H			Lastfall HZ		
			q_s kp/cm	f cm	L/f	q_s kp/cm	f cm	L/f
2500	4	18,84	0,88	0,33	7576	2,48	0,92	2717
	5	25,63	0,86	0,23	10869	2,45	0,65	3846
	6	33,38	0,86	0,11	13888	2,43	0,50	5000
	7	41,38	0,85	0,14	17857	2,41	0,40	6250

d) Verbandsausführung 4

1500	4	3,85	2,33	0,43	3488	4,03	0,82	1829
	5	6,28	2,24	0,32	4687	3,87	0,55	2727
	6	11,00	1,91	0,19	7895	3,49	0,34	4412
	7	14,64	1,53	0,11	13636	3,09	0,23	6522
2000	4	8,27	1,53	0,63	3175	3,24	1,34	1493
	5	13,45	1,47	0,37	5405	3,10	0,79	2532
	6	19,46	1,44	0,25	8000	3,04	0,54	3704
	7	25,85	1,42	0,19	10526	3,00	0,40	5000
2500	4	12,80	0,91	0,59	8475	2,58	1,68	1488
	5	20,82	0,88	0,35	7143	2,49	1,00	2500
	6	29,94	0,87	0,24	10417	2,45	0,68	3676
	7	32,88	0,86	0,18	13889	2,43	0,51	4902